Math. P.
3.49m
Fiche

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

Gründliche

Rechenkunst

in

Dezimalbrüchen und andern Zahlen

zum

vorzüglichen Gebrauche

bei

den neuen Masen und Gewichten.

Abgefaßt

von

Matthias Metternich,

Professor der ersten und zweiten mathematischen Klasse im kaiserl. Lyzeum zu Mainz.

Mainz 1808,

in Kommission bei F. Kupferberg.

Digitized by Google

Digitized by Google

Vorrede.

Die Einführung der neuen Maſe und Gewichte der franzöſiſchen Republik hat einer Menge Bücher und Büchelchens das Daſeyn gegeben, über deren Werth und Unwerth ich nicht ſprechen darf, weil ſolch ein Urtheil Partheilichkeit für das gegenwärtige Buch verrathen könnte. Immerhin mag es unter der Menge derlei Bücher mehrere geben, die dem Zwecke, zu unterrichten, entſprechen, ſo denke ich doch, daß dieſes Buch nicht überflüßig ſey, weil ich darauf zähle, daß es Lernbegierige gebe, die etwas Gründliches von der Sache zu wiſſen verlangen; und für ſolche Leſer iſt das Buch zunächſt beſtimmt.

Es ſcheint Mode zu werden, daß man die ſubalternen Menſchen nur im mechaniſchen Leſen der Bücher, nur im Umſchlagen der Bücherblätter, mittelſt guter Regiſter, unterrichten, nicht aber, daß man ſie mit den großen und kleinen Gründen bekannt machen wolle, welche die gelehrten Büchermacher hatten, um das Buch zu Stande zu bringen; mit einem Worte: Das Dreſſiren, nicht aber das vernünftige, für Menſchen allein anſtändige Unterrichten, ſcheint Mode zu werden. Ob ſo eine Mode recht und gut ſey, das zu unterſuchen, gehört nicht in die Vorrede zu einem Rechenbuch; aber das gehört hie-

Digitized by Google

her, daß diese Mode ganz und gar nicht taugt, rechnen zu lehren und zu lernen. Da die Rechnungsfälle unendlich mannigfaltig sind, so kann man sie nicht alle in ein Buch, nicht einmal alle in ein Register bringen; daher muß man sichere und allgemeine Rechnungsregeln kennen, muß aber auch wissen, wie diese Regeln angewandt werden; und beides, nämlich diese Regeln zu finden, und von deren Gewißheit überzeugt zu seyn, dann die Anwendung richtig auf vorkommende Fälle zu machen, beides erfodert Vernunftanwendung, und da hilft das Dressiren zu nichts. Die Erfahrung hat es auch schon von Lange her erwiesen, daß man nach Regeln und mit Verstand eigentlich nur kann rechnen lernen.

Ich habe daher der gegenwärtigen Anweisung durchaus den Stempel der Gründlichkeit aufzudrücken gesucht, ob dieser Stempel das Buch empfehlen wird, daran möchte ich zweifeln, weil dieser Stempel, so wie die Wahrheit überhaupt, die positiven Zwangsmittel nicht hat, um angenommen werden zu müssen. (*)

*) Daß es sich gewisse Maires auch Adjunkten herausgenommen, ein von der hiesigen Präfektur gestempeltes Buch (Vergleigung der, im Departement vom Donnersberg, bis izt gebräuchlichen Mase und Gewichte mit den neuen republ. Masen, herausgegeben auf Befehl des Präfekten des Departements vom Donnersb. Mainz bei C. F. Pfeifer, Präfekturbuchdrucker) unter Androhung von Strafe dem zu empfehlen, der wegen seinem Gewerbe diese neuen Mase brauchen muß, das ist Thatsache. Das Buch ist mit sehr vieler Rechnergeduld abgefaßt, und man kann's nicht verkennen, daß recht viel vorgerechnet ist. Aber mir schien es, daß es doch den Leuten unverständlich sey, bei denen man keine weitere Kenntnisse voraußsezt, als Geschiklichkeit Blätter umzuschlagen und Ziffern

Ich habe wenig über den Gebrauch des Buches zu sagen; ich glaube aber behaupten zu können, daß der, welcher es mit der gehörigen Aufmerksamkeit liest, dabei aber oft nachrechnet, und sich selbst Exempel aufgiebt, in einigen Monaten zum Rechner werde. Die Mühe, die das zusammenhängende Denken etwa verursachen könnte, wird wohl zehnfach dadurch belohnt, daß man nun alles mit Deutlichkeit einsieht; daß man nicht im Dunkeln tappt, und, daß man nun recht viel, und noch weit mehr rechnen lernt, als was nur auf die neuen Mase und Gewichte Bezug hat. Meine Hauptabsicht war, daß die Gewerbsleute jeder Art sich ihre Tabellen selbst sollen machen lernen; weil selbstgemachte Tabellen sehr verständlich sind; auch weil es gewiß ist, daß bei jedesmal veränderten Geldpreisen der Waaren, auch veränderte Tabellen nöthig sind; aber um diese Tabellen machen zu können, müssen die, welche sie machen, im Dezimal- und andern Rechnen geübt seyn.

---

abzuschreiben; daher nun war es mir in doppelter Hinsicht auffallend, daß das Buch, welches doch anfangs 2 fl. 12 kr. kostete, unter Strafe anzuschaffen geboten ward; einmal, weil das Gesetze solche Anschaffung gar nicht verordnet, ja nicht einmal verordnet, daß es privilegirte Unternehmer geben solle, die die neuen Masformen allein verkaufen dürfen, und dann zweitens: weil man doch den Leuten nicht gebieten kann, etwas, das ihnen nun einmal unverständlich ist, zu kaufen. — Ich habe Seite 2, als Sachkenner über die Einführung der neuen Mase gesprochen, aber ich durfte doch auch wünschen, daß diese Einführung mit den möglichst-wenigsten Kosten verbunden seyn möge; ich wollte daher ein wohlfeiles und brauchbares Buch liefern, um diesen lezten Wunsch, zum Theile wenigstens, zu realisiren.

Digitized by Google

Von Schullehrern darf ich hoffen, daß sie das Buch nicht ungenüzt lassen werden, wenn sie (wie es nun doch seyn muß) ihre Schüler nicht nur oberflächlich mit dem Systeme der neuen Mase bekannt machen, sondern sie auch im vernünftigen Rechnen unterrichten wollen.

Nur zur Verständlichkeit der Tabellen muß einiges gesagt werden. Die Leseart der vier Haupttabellen ist die folgende: In der ersten Kolonne stehen die Gemeinden des Bezirkes; nun werden in gerader Zeile rechter Hand, und zwar in der ersten Spalte, worinn sich fünf schmale und eben soviele breite Kolonnen befinden, gelesen: Die Vergleichungen der alten und neuen Mase in der zweiten Spalte (worinn wieder eine gleiche Zahl schmäler und breiter Kolonnen ist) die Vergleichungen der neuen und alten Mase; wie sie nämlich der zur Seite stehenden Gemeinde zukommen. Jede schmale Kolonne gehört zu der linker Hand zunächst stehenden breitern; z. B. in der ersten Spalte, gehört zu der schmalen, worinn Schuh steht, (welches bedeutet: ein Schuh, wie er in der nebenstehenden Gemeinde üblich ist) die nebenstehenden breitere, worinn Meter steht; und in dieser breitern steht die Zahl Metertheile, die auf einen solchen Schuh gehen. Eben so gehören die Kolonnen Elle und Meter; ferner Pfund und Litter; ferner Malter und Litter zusammen. In der zweiten Spalte gehört die schmale Kolonne, worinn Meter steht zu der breitern, worinn Schuh steht, und beide zusammen geben den Begriff: ein Meter macht soviele Schuh der vorstehenden Gemeinde, als es die Zahl in der breiten Kolonne angiebt. Hier gehören weiter zusammen, die Kolonnen: Meter und Elle, und heißt: ein Meter macht in der vorstehenden Gemeinde soviele Ellen, als es die Zahl in der breiten Kolonne angiebt, so gehören

Digitized by Google

Pfund und Gramme; dann Litter und Mas, und endlich Litter und Malter zusammen, und werden nach der oben gezeigten Art gelesen.

Wenn sich in der geraden Zeile Klammern finden, hinter welchen entweder zwo oder drei Zahlen, oder zwei oder drei Orte stehen, so heißt das: In der vorstehenden Gemeinde sind zwei- oder dreierlei Schuh, oder Ellen, oder Mas, oder Malter üblich, und die größere Zahl giebt das größere dieser Mase an.

Wenn sich in einer breiten Kolonne ein Strich, statt einer Zahl oder statt eines Ortsnamen findet, so heißt das: in dieser Spalte ist das nämliche Mas, wie an dem Orte, welches in dieser Zeile aber zunächst linker Hand in einer Kolonne steht. Z. B. auf der ersten Tabelle steht für Abbenheim in der fünften breiten Kolonne ein Strich; das heißt: Das Malter zu Abbenheim ist zweierlei, nämlich wie zu Alzey und zu Worms, weil Alzey und Worms in der nächstvorigen Kolonne dieser Zeile standen. Stehen in einer breiten Kolonne zwo Nullen, so bedeutet das: es ist nicht bekannt, wie groß das Gemäse sey, welches in diese Kolonne gehört. Z. B. Bei Algesheim steht in der ersten Kolonne oo, das heißt: Die Länge des Schuhes zu Algesheim ist nicht angegeben worden; Die Striche in der dritten und folgenden Kolonne dieser Zeile bedeuten, daß: Pfund, Mas und Malter, wie die oben genannten Gemäse in Mainz seyen. So ist von Framersheim die Länge des Schuhes und der Elle unbekannt, die Mas und Malter, wie zu Alzey, womit auch das Gewicht übereinkömmt u. d. gl.

Ich muß noch bemerken, daß ich die Zahlen und auch die Nullen der ersten Spalte aus dem vorhin angezeigten Buche genommen habe, und in dieses Buch kamen sie

Digitized by Google

aus dem Prozes-Verbal, welchen eine Kommission, von der ich Mitglied war, im Jahre 7, ausfertigte. Diese Kommission bediente sich der Mittel, die ich §. 45, angezeigt habe, um die Abgleichungen der alten und neuen Mase zu berichtigen. Die Zahlen der zweiten Spalte habe ich mit Zuziehung einiger fertigen Rechner berechnet; nach Regeln, die in §. 60 angegeben sind.

Die oben bemerkte Kommission verfuhr mit der möglichsten Genauigkeit, aber sie sahe aus den, aus einigen Kantonen überschikten Kopien der dort üblichen Muttermase, wie wenige Sorgfalt man auf die Genauigkeit im Verfertigen dieser Kopien angewandt hatte. Daher mag es nun kommen, daß die Tabellen Unterschiede von den Masen zweier Orte angeben, die man von jeher für gleich annahm, oder auch die Mase von mehrern Orten für gleich angiebt, wo man von jeher Ungleichheit gehabt hat. Es kann sogar seyn, daß Schreib- und Drukfehler eingeschlichen sind, so viele Sorgfalt man auch auf Vermeidung dieser leztern Fehler angewandt hat.

Sollten sich demnach Fehler dieser Art in den Tabellen entdecken, so wäre es gut durch Sachverständige die Vergleichung der ehemals üblichen Mase mit den neuern, nach Art, wie §. 45., auszumitteln, und an der Präfektur die Anzeige zu machen. Leicht läßt sich nun die Abmessung, Abwiegung und Abeichung der alten und neuen Maase machen, weil die neuen Muttermase wenigstens auf jeder Mairie sind. Diese Bemerkung ist alsdann von Wichtigkeit, wenn Berechnungen wegen Zahlungen, Lieferungen und alten Leistungen, nach ehedem geschlossenen Verträgen statt haben, wo die alten Mase noch üblich waren.

Digitized by Google

Hoffentlich wird man sich in einem Jahre so gut gewöhnen können, die Länge des Meters und Dezimeters die Schwere des Deka- Hekto- Kilo- und Myriagrammes, die Größe des Hekto- Deka- und Litters ꝛc. zu begreifen, als man die ehemaligen Mase in ihrer Größe und Abtheilungen begriff, und zu schätzen wußte; da ohne dieß nun alle Käufe, Verkäufe und Verträge nach neuen Masen müssen gemacht werden.

Um aber die Frage zu beantworten, woher es doch komme, daß in den Tabellen die Gleichheit der Mase von Orten steht, die es niemal wußten, daß ihre Mase übereinkommen; so kann nur hier zur Nachricht kurz gesagt werden, daß der obige Prozeß-Verbal solche Vergleichungen darboth; entweder war es in dem Berichte der Munizipalität gesagt, mit welchen Hauptorten des Departements die Kantonsorte gleiches Mas in Läng- oder Hohlmasen, oder Gewichten hatten, oder die Dezimalzahlen für die alten Mase, wie sie nämlich in der ersten Spalte stehen, ergaben sich bei den Versuchen, als gleich, und so nahm man sie als solche in die Tabelle auf.

Ich habe über die Flächen- und Körpermase nur einen sehr kurzen Unterricht beigefügt, weil es dem unterrichteten Geometer so genug ist, und dem ununterrichteten kann in der Rechenkunst nicht allein geholfen werden; er muß erst noch viel Geometrie lernen, bis er begreift, daß das Flächenmas nach hundertfachen, das Körpermas nach tausendfachen Unterabtheilungen fortgehe, wenn das Längenmas nach zehnfacher Unterabtheilung gemacht ist.

Es ist hier der Ort, zu erzählen, woher die Größe der neuen Mase und Gewichte ihren Ursprung genommen haben. Es ist nämlich durch die sorgfältigsten und ge-

Digitized by Google

neueſten Ausmeſſungen gefunden worden, wie lang, oder wie groß der vierte Theil eines Kreiſes ſey, der ganz um die Erde, und durch die beiden Pole der Erde gezogen wird. Dieſe Art Meſſungen ſind nach Kunſtregeln eben ſo ſicher, als ſie mit guten Inſtrumenten ausführbar ſind; ſogar kann man ſich durch mancherlei Proben von ihrem richtigen Vollzug verſichern, aber hier können ſolche Meſſungen nicht weiter erklärt werden.

Nun, als man einmal die Länge des oben gedachten Viertelkreiſes in Pariſer Klaſtern und Schuhen kannte, ſo hat man dieſen Viertelkreis in zehnmillionen Theile getheilt, und ein ſolcher Theil iſt der Meter. So wäre der ganze obige Kreis um die Erde 40 Millionen Meter.

Man ſtelle ſich ein Gefäß vor, deſſen Höhlung einen richtigen Würfel bilde, (man ſehe die Erklärung Seite 147 über die Figur des Würfels.) Die Seite der inwendigen Höhlung ſey ein Dezimeter. Dieſes Hohlmas iſt nun die Größe des Litters.

Die runde (walzenförmige) Geſtalt des Litters iſt in mancher Rükſicht ſchiklicher, als die würfelförmige; und daher hat man dem Litter die erſtere Gefäßgeſtalt gegeben. Die Geometrie giebt leichte Mittel an, zu berechnen, wie hoch das runde Littergefäß ſeyn müſſe, wenn man den Durchmeſſer im zirkelrunden Boden richtig kennt, damit dieſes Gefäß genau ſoviel halte, als das obige würflichte. Indeſſen findet der Verfertiger dieſer Littergefäße das richtige Mas durch ein ſorgfältiges Abeichen.

Man ſtelle ſich nun ferner ein würflichtes Gefäßchen vor, deſſen Seite ein Centimeter ſey. Dieſes Gefäß werde mit deſtillirtem Waſſer gefüllt, und zwar in einer Wärme, die ſo iſt, wo eben das Eis zu ſchmelzen anfängt. Dieſes Waſſer (oder wenn man will, dieſes Waſſerwür-

selchen) werde auf einer sehr empfindlichen Wage mit einem Metallgewichtchen ins Gleichgewicht gesezt, so ist dieses Metallgewichtchen der Gramm.

Auf diese Art sind die neuen Maseinheiten entstanden; ihre Verzehnfachungen, und ihre zehnfache Unterabtheilungen sind hinlänglich in §. 12 und 13 gelehrt worden.

Nach diesen neuen Gewichtseinheiten soll nun auch künftig, so wie es schon geschehen, das Metallgeld ausgemünzt werden. So soll der Frank Silbermünze 5 Gramme und das Fünffrankssiük 25 Gramme; der Frank Kupfermünze 200 Gramme, und so das 5Centimesstük 1 Dekagramm wiegen. Wenn einst neue Goldmünze geprägt werden, so soll dann auch deren Gewicht nach Grammen bestimmt werden.

Die Feinheit des ausgemünzten Goldes und Silbers soll so seyn, daß 9 Zehntel reines Gold, oder Silber in den Münzen sey, und 1 Zehntel Zusaz (nämlich Kupfer). So wären in einem 5Frankssiük 22 $\frac{1}{2}$ Gramm feines Silber, nnd 2 $\frac{1}{2}$ Gramm Kupfer. *

Die Einerleiheit der Mase und Gewichte in einem Staate ist unverkennbar von großem Vortheile, und da die Gesezgeber der französischen Republik diese Einerlei-

*) Die Gold- und Silberarbeiter sind verbunden, die Feinheit nach 1000tel zu bestimmen. Das Gesez verordnet, das nur dreierlei Goldsorten verarbeitet werden sollen; nämlich: von der Feinheit 920, 840 und 750 Tausendtel. Demnach würde in der ersten Sorte 80, in der zweiten 160, in der dritten 250 Tausendstel Zusaz seyn. Dieser Zusaz ist gewöhnlich Kupfer, und zuweilen Kupfer und Silber; wo aber das Silber wie Kupfer in Anschlag kömmt. Das bloße Kupfer giebt dem Golde eine rothgelbe, das beigemischte Silber, eine etwas geschwächte gelbe Farbe.

Ehemals ward das ganz reine Gold nach Karat oder 24tel verarbeitet; und man nannte 22 Karatiges oder 18 Karatiges Gold, worinn die genannten reinen 24tel Goldtheile, und im

heit einzuführen für nöthig erachteten, so war gewiß der Gedanke groß und schön, gleichsam die Erdkugel selbst zum Massstabe anzunehmen, und so wenigstens von keiner willkührlichen Länge des allgemeinen Mases auszugehen.

---

ersten 2, im andern 6 Karat Zusaz waren. Man kann die alten mit den neuern Gehalten leicht vergleichen, wenn man die Brüche der alten in Tausendstel nach §. 41 verwandelt. So ist 18 Karatiges Gold, eben das, als $\frac{18}{24}$ fein; das giebt $\frac{18000}{24}$ Tausendstel, oder 750 Tausendstel feines Gold; das 22 Karatige ist $\frac{22000}{24}$, oder sehr nahe 917 Tausendstel gehaltiges Gold.

Es sollen nur zwo Silbersorten verarbeitet werden, nämlich die eine zu 950, die andere zu 800 Tausendstel; daher zur ersten Sorte 50, zur andern 200 Tausendstel Kupfer genommen werden. Da ehedem die Feinheit nach Sechszehntel bestimmt wurde; z. B. $\frac{15}{16}$, $\frac{14}{16}$, $\frac{13}{16}$ u. s. w. (welches man auch 15, 14, oder 13löthiges hieß.) Diese Brüche lassen sich wieder in Tausendstel, wie oben, verwandeln. So ist das $\frac{13}{16}$ feine Silber nun $\frac{13000}{16}$ oder $812\frac{1}{2}$ Tausendstel fein u. s. w.

Die neuere (die tausendstel) Feinheit des Goldes in ältere (Karatige) Feinheit zu verwandeln, bedient man sich eines Detrisatzes. Z. B. wie wird der karatige Gehalt des 840 Tausendstel Gold ausgedrükt. Man spricht, wenn das reine Gold in 1000 Theilen ausgedrükt wird, so hat ein gewisser Klumpen 840 Tausendstel, wieviele 24tel (oder Karate) hat dieser Klumpen, wenn das reine Gold in 24 Theile getheilt wird? Man sezt $1000 : 24 = 840 : x$, das giebt $20\frac{4}{25}$ karatig. Eben so, wenn eine Silbersorte 800 Tausendstel fein ist, wieviel Löthig ist dieses Silber? Man sezt $1000 : 16 = 800 : x$, das giebt dieses Silber in 12,8 Löthig.

Die Preise von zwo Silbersorten, deren eine in neuer, die andere in alter Feinheit, oder Gehalte ausgedrükt sind, werden sich gerade, wie die Brüche verhalten, wodurch die gedachten Feinheiten ausgedrükt werden. Ich setze zween gleichwichtige Klumpen Silber, z. B. jeder von 1 Loth, oder jeder von 1 Hektogramm; der eine sey von 800 neuer Feinheit, der andere 13 Löthig; so verhalten sich ihre Werthe wie $\frac{800}{1000} : \frac{13}{16}$, oder wie die ganzen Zahlen 12800 : 13000, oder wie 128 : 130. Gesezt, das erste werde für 18 Batzen verkauft, was gilt das zweite? Man sezt: $128 : 130 = 18 : x$, das giebt den Werth des 13löthigen Silbers in $18\frac{9}{32}$ Batzen. Umgekehrt: Man hat das 950 feine Silber um 3,20 Franks verkauft, was gilt ein gleich großes Gewicht von 13löthigem Silber? Man sezt: $\frac{950}{1000} : \frac{13}{16} = 3{,}20 : x$, das giebt x in 2,73 Franks, oder 2 Franks 73 Centimes.

Inhalts-Anzeige.

Note. Die Ziffern zeigen die §§ und nicht die Seiten, an.

Von der Einheit; vom Zählen; von Bildung der Zahlen; Namen und Schrift derselben 1 — 9.
Die Dezimal-Unterabtheilung der Einheit 10, 11, 13.
Namen und Werth der neuen Maßeinheiten 12, 13.
Das natürliche und künstliche Rechnen 14.
Von der Addition 16.
Von der Subtraktion 17.
Von der Multiplikation in ganzen Zahlen überhaupt 18 und 22.
Von der Division 23 und 26.
Von den Brüchen überhaupt 27 und 29.
Brüche und Quotienten sind einerlei 31.
Welche Veränderung im Werthe des Bruches vorgehe, wenn man den Zähler allein, oder den Nenner allein mit einer Zahl multiplizirt oder dividirt 33.
Der Werth des Bruches bleibt ungeändert, wenn Zähler und Nenner mit einer Zahl multiplizirt oder dividirt werden 34 und 35.
Brüche unter einerlei Nenner zu bringen 36.
Addition der Brüche 37.
Subtraktion 38.
Multiplikation 39.
Division 40.
Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in eigentliche Dezimalbrüche 41.
Multiplikation und Division der eigentlichen Dezimalbrüche 24 u. 44.
Vergleichungszahlen für die alten und neuen Maße 45.
Verhältnisse 46.
Arithmetische 47.
Geometrische 48 und 49.
Geometrische Proportion 50.
Mögliche Versetzungen der Glieder einer Proportion, ohne daß das Gesetze der Proportion gestört werde 51 und 52.
Zusammengesezte Proportionen 53 und 55.
Wenn ein Glied in der Proportion mangelt, wie man es durch Rechnung aus den drei bekannten Gliedern findet 54.
Die Regel Detri 56 und 57.
Verwandlungen höherer Einheiten in niedrigere von der nämlichen Gattung (nach herkömmlichen Unterabtheilungen) und umgekehrt 58.
Angewandt auf die neuen und alten Maßabtheilungen, Geldsorten (daselbst.) Exempel von der einfachen Regel Detri 59.
Berechnungen für Fertigung der Tabellen der neuen Maße und Gewichte 60.
Dezimalbrüche der alten Maße, wie sie in den ehemals üblichen Abtheilungen der alten Maße berechnet und ausgedrükt werden 62.

Digitized by Google

Muſtertabellen, und deren Erläuterungen (daſelbſt Anmerk.) Tabellen zur Berechnung der Geldpreiſe für den Werth der Dinge, die nach altem oder neuem Maſe gemeſſen, oder abgewogen ſind 65.
Die Kettenregel, als Rechnungsmittel, die auswärtigen Gemäſe, Geldſorten und dergleichen, mit den republikaniſchen zu vergleichen 66 und 68.
Das Pari und die Differenz zu berechnen 69 und 70.
Gröſsere Kettenſätze, Seite 132 bis 138.
Von den Feldmaſen 71.
Neue Feldmaſe, deren Namen und Unterabtheilung 72 und 73.
Rechnungen, wie alte Feldmaſe in neuere, und umgekehrt, verwandelt werden 74.
Von den Würfel- oder Klumpenmaſen 75.
Vergleichungs-Rechnungen der alten und neuen Klumpenmaſe 76 und 77.
Holzmeſſungen 78.
Berechnung der Vergleichungs-Tabellen des ehemaligen Stecken gegen die Stere nach den drei üblichen Scheidlängen 79 und 81.
Die Regel de Quinque 82 und 84.
Die Sozietäts-Regel 85.

Digitized by Google

I. Abschnitt.

Von der Einheit.

§. 1.

Der Handel und alle Geschäfte, welche unter Menschen statt haben, erfodern, daß man von der Größe der Dinge, d. h. von dem Mehr und Weniger der Dinge genaue Begriffe habe. Z. B. Es giebt Fälle, wo man wissen muß, wie lang ein gewisses Stük von einem Gewebe, oder Zeuch sey; wo man wissen muß, wie schwer dieser oder jener Klumpen sey; wo man wissen muß, wie viel dieses oder jenes Gefäß von flüßigem Wesen, oder von Körnerfrucht enthalte, u. d. m. — In andern Fällen muß man wissen, wie viel denn das eigentlich gegen das Ganze betrage, was man davon genommen, oder was man darzu gethan habe.

So nun war man genöthigt, ein gewisses Mas anzunehmen, vermittels dessen man alles das obige, was man vom Mehr oder Weniger der Sachen wissen muß, bestimmen konnte.

§. 2. Dieses Mas heist: Die Einheit. Die Einheit wird durch nichts anders, als durch Erfahrung, durch sinnliche Darlegung ihrer Größe oder ihres Werthes begriffen. Aber man muß die Größe der Einheit kennen, sonst bleibt ja, wie sich das von selbst versteht, alles unbegreiflich, was man durch die Einheit begreiflich machen will. Zum Exempel: Wenn man sagt: Der Sak voll Frucht wiege 100 Pfund, und man wüste nicht, wie schwer 1 Pfund ist, so ists grade unmöglich, zu begreifen, wie schwer dieser Sak Frucht sey; so, wenn man sagte: das Stük Zeuch halt 5 1/2 Elle und man wüste nicht, wie lang die Elle wäre, so ist es unmöglich einen Begriff von der Länge des Stük Zeuchs zu haben; wenn man sagt: 8 englische Schillinge, und man weiß den Werth eines Schillings nicht, so ist es unmöglich zu begreifen, was für einen Werth die 8 Schillinge haben; und so von allen Dingen, die man durch eine Zahl angäbe, wobei man aber nicht wüste, wie groß die Einheit wäre.

Digitized by Google

Wie groß man die Einheit annehmen müsse, das ist völlig willkührlich, aber wenn sich einmal die Menschen darzu verstanden haben, für die auszumessenden Dinge ein gewisses Mas zur Einheit anzunehmen, dann verstehen sie sich untereinander, wenn sie Zahlen angeben. Es kann sogar ein Stük der gewöhnlichen Einheit, wieder für die Einheit gelten, so war das Loth ein zweiunddreißigter Theil des Pfundes, und doch zählt man in Lothen fort, wie bei Pfunden. Eben so zählt man in Achtel, und nennt 2, 3, oder 5, 7 Achtel, sogar kann man, ohne eben sich irrig auszudrüken, sagen: 9, 10 Achtel, und noch weiter.

§. 3. Die Einheiten, wodurch man das genaue Mehr oder Weniger der Dinge begreift, wurden seit undenklichen Zeiten so angenommen, wie sie bisher im Gebrauche waren. So hatte man zum Längenmase angenommen: Schuh, Elle ꝛc.; zum Gewicht: Loth, Pfund; zum Flüßigkeits-Mase: den Schoppen, Ohm; zum Fruchtmase: Malter, Viernsel ꝛc.; aber leider war das alles in jedem Lande nicht nur, sondern sogar fast in jeder Gemeinde anders, wie die angehängten Tabellen zeigen. Man hat gar oft gewünscht, wenn das doch überall einerlei seyn mögte! Dieser Wunsch wird durch Einführung der neuen Mase in der Republik erfüllt. Es kostet nicht mehr Mühe sich von der Größe eines Meters, als von der, eines Fußes, oder Elle einen Begriff zu machen, weil man beides durch das Gesicht, durch wirkliche Darlegung dieses Masstabes einsieht; aber da bisher alle Rechnungen, Käufe und Verkäufe und sonstige Akkorde nach dem alten Mas gemacht wurden, so ist es freilich nöthig, recht bestimmt zu wissen, wie sich denn die neue Mas-Einheiten gegen die alten bisher üblichen in ihren wechselseitigen Größen verhalten. Dieses ist nun eigentlich alles, was man von den neuen Masen und Gewichten zu wissen braucht; allein ohne Rechnungen anzustellen, kann man diese wechselseitigen Größen doch nicht genau erkennen, besonders wenn die Frage ist, wie man den Werth in Geld bestimmen soll.

§. 4. Es ist vor allen Dingen nöthig, die Namen der Neuen Mas-Einheiten zu kennen, und zu behalten; ihre verhältnismäßige Länge gegen die Alten Mas-Einheiten, sollen nachher angegeben werden.

Digitized by Google

Namen der Mas-Einheiten.

In Längenmasen, die man ehedem mit Fuß und Ellen ausmaß, hat man nun den Meter, als Einheit des neuen Längenmases.	In Gewicht, die man ehedem, durch Loth, Unze, oder Pfund angab, hat man den Gramm, als die einzige Gewicht-Einheit.	Im Hohlmase, wodurch man ehedem die Flüsigkeiten und Körnerfrüchten ausmaß, als: mit Schoppen, Mas, Ohm, Sester, Malter, hat man nun das einzige, nämlich den Litter.

§. 5. Die Größe und der Werth der Dinge wird nicht nach einerlei Maseinheit angegeben, das ist bekannt. So werden einige Sachen durch Gewichts-Einheiten; andere durch Längenmas-Einheiten; andere durch Hohlmas-Einheiten angegeben; andere sogar nur durch gewisse Geldes-Einheiten.

Die zusammengehörige Menge von Einheiten, wodurch man die Größe, Werth, oder Gehalt einer Sache angiebt, heist eine Zahl. Es versteht sich von selbst, daß zu einer und der nämlichen Zahl nur einerlei Einheiten können genommen werden; denn, wenn man ja verschiedene nähme, so würde man die Zahl gar nicht schätzen können, und folglich auch die Größe der Sache, die doch durch die Zahl begreiflich werden soll, gar nicht erkennen, daher sagt man: eine jede Zahl ist der Zusammensaz von mehreren, aber einerley Einheiten.

§. 6. Jedermann weis, daß man beim Zählen immer eine Einheit, (oder ein Eins) zu den eben gezählten Einheiten zuseze, und der so gezählten (zusammengesezten) Menge einen eigenen Namen giebt. Z. B. Wenn man zu dem Eins, wieder Eins sezt, so heist diese Menge: zwei. — Wenn man zu der Menge sieben wieder Eins sezt, so heist die Menge acht, und man sagt nicht sieben und Eins; d. h. man hat eigene Zahlnamen, wovon jede eine gewisse Menge Einheiten angiebt; und solcher Namen giebt es Ursprünglich: Neun. Sezt man zu Neun wieder Eins, so heist diese Menge wieder Eins, aber es ist ein verzehnfachtes Eins, und heist: zehn, auch ein Zehner. Die ersten Neun Mengen- oder Zahlnamen heißen: Einfache Einheiten, auch Einer.

Digitized by Google

Sezte man zu Zehn einen Einer, so heist diese Menge Zehn und Eins, wofür man, so wie für zehn und zwei, noch eigene Namen in unserer Sprache hat, nämlich: Eilf und Zwölf, aber für zehn und drei, bis zehn und neun hat man schon zusammengesezte Namen, wie das auch seyn muß, weil man zusammengesezte, aber an Größe verschiedene Einheiten hat; und mit diesen Zahlnamen hat es fast eben die Beschaffenheit, wie man sich in Angaben der verschiedenen Geldsorten, und anderer Dinge ausdrükt, wo man verschiedene Einheiten hat; z. B. 4 Gulden und 9 Kreuzer, eben so 3 Pfund 8 Loth; ferner 6 Schuh zwei Zoll u. s. w., die man mit zwei Zahlnamen angiebt, weil in der That die ersten Einheiten von einer ganz andern Größe sind, als die andern. So wäre es falsch, wenn man oben 4 und 9 oder die 3 und 8, dann die 6 und 2 mit den Zahlnamen: dreizehn, eilf, acht benennen wollte; denn die Einheiten sind verschieden an Größe, also müssen die Namen verschieden seyn. Sezt man zu 1 Zehner und 9 Einer (Neunzehn) wieder Eins, so hat man zwei Zehner (Zwanzig); auf diese Art wird nun immer nach und nach Eins gesezt, und man erhält zusammengesezte Zahlnamen von zwei Zehner und einigen Einer z. B. sechs und zwanzig, bis zu drei Zehner (Dreißig), diese Bildung der Zehner durch allmähliges Zusezen der Eins, geht so durch alle neun Zehner fort, bis man zu Neun Zehner und Neun Einer (Neunundneunzig) noch Eins sezt, so hat man einen verzehnfachten Zehner, d. i. einen zehnmal zusammengesezten Zehner; diese Menge ist nun wieder ein neues oder verzehnfachtes Eins, und hat seinen eigenen Namen, nämlich: Hundert oder ein Hunderter. So wie man den erst verzehnfachten Zehner (das erste Hundert) erhalten hat, so wird das zweite Hundert durch allmähliges Zusezen von einfachen Einheiten erhalten; indem man wieder nach und nach neun bis zehn Zehner bildet. Sezt man zu neunhundert, neunzig und neun, eine einfache Einheit, so erhält man einen verzehnfachten Hunderter, (oder Zehnhunderte) dieses neue verzehnfachte Eins, muß nun wieder einen neuen Namen erhalten, man heist es: Tausend, oder ein Tausender. Hat man so nach und nach Zehntausende gebildet, so wäre nun wieder ein neues verzehnfachtes Eins erhalten, aber unsere Sprache hat keinen eigenen Namen dafür, wie das doch seyn sollte, man bedient sich des zusammengesezten Namens: Zehntausend, oder auch: ein Zehntausend

Digitized by Google

der. Ein verzehnfachtes Eins aus Zehntausendern heißt: ein Hunderttausender, wofür man auch keinen neuen Namen hat; und daher den eben gemerkten zusammengesezten Namen braucht. Ein verzehnfachtes Eins von Hunderttausenden heißt: Million; und dieser neue Name ist wieder in der Sprache.

Die weiterhin, durch Zuzählen der einzelnen Einheiten, erhaltene verzehnfachte Eins, folgen nun in der hier stehenden Ordnung: Zehnmillionen, Hundertmillionen, Tausendmillionen, Zehntausendmillionen, Hunderttausendmillionen, Billion, u. s. w.

§. 7. Das Vorstehende erklärt die Namensprache der, beim allmähligen Zusammensezen einfacher Einheiten, entstandenen verzehnfachten Einheiten. Die Zahlenschrift (die Ziffern) ist eine ganz eigene; so bekannt sie aber auch ist, so muß doch noch auf ihre Eigenthümlichkeit aufmerksam gemacht werden, weil sich aus der Art, wie man Zahlen schreibt, alles erklärt, was die Eintheilung der neuen Mase und Gewichte, dem Scheine nach, Dunkeles hat.

Jedermann kennt die folgenden zehn Zahlzeichen oder Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Dieses ist das ganze Zahlen-Alphabet; das erste Zeichen heißt Nulle, und bedeutet für sich nichts, ist aber nöthig zur Ausfüllung der Zahlschrift, wie gleich gezeigt werden soll.

Jede Menge verzehnfachter Einheiten hat einen der obigen Grundnamen, nebst dem Beinamen der Gattung von den verzehnfachten Einheiten. Z. B.: Achtzig (achtzehner), Achthunderte, Achttausende, Achthundertmillionen u. d. g. Alle diese achte verzehnfachter Einheiten werden nun zwar mit der Grundziffer 8 geschrieben, aber die Frage entsteht, wie man es an der 8 bemerken könne, daß diese nämliche Ziffer das Einemal: Zehner, ein Andermal Tausende, wieder ein Andermal Hunderttausende, oder auch Millionen bedeuten solle?

Diese so eben bemerkte verschiedene Bedeutung der einfachen Ziffern giebt man durch die Stellen oder Pläze an, die in einer Reihe zusammengehöriger Ziffern statt haben. Z. B.: 805848083. Hier bedeutet die zweitlezte 8: Zehner, von da nun linker Hand gezählt ist die zweite 8: Tausende, die dritte 8: Hunderttausende, die vierte 8: Hundertmillionen, diese Zahlenschrift soll nun noch näher erläutert werden.

Digitized by Google

§. 8. Die lezte Ziffer rechter Hand (wie oben die 3) heiſt in der Zifferſchrift: die erſte Stelle, und dann weiter gegen die linke Hand gezählt, folgt die zweite, dann die dritte, vierte u. ſ. w. So iſt die obige vorderſte 8 die neunte, die darauf folgende o die achte Stelle. Es hat alſo die Zifferſchrift eine entgegengeſezte Ordnung mit der Buchſtabenſchrift, in der Zifferſchrift iſt die vorderſte, die lezte; die hinterſte, die erſte.

Jede Ziffer in der erſten Stelle bedeutet einfache (d. h. noch gar nicht verzehnfachte) Einheiten, man heiſt ſie: die Stelle der Einer, oben war's die 3; jede Ziffer in der zweiten Stelle, (dergleichen oben die 8 iſt) bedeutet Zehner; in der dritten (wie oben die o iſt) bedeutet Hunderte (*) in der vierten (die 8) Tauſende, dann folgen die Zehntauſende (die 4), dann die Hunderttauſende (die 8), dann die Millionen (die 5), dann die Zehnmillionen (die o); dann die Hundertmillionen (die 8) u. ſ. w., wenn nämlich noch mehr Stellen da wären, ſo würden ſie ſo folgen: die Tauſendmillionen, die Zehntauſendmillionen, die Hunderttauſendmillionen, die Billionen u. ſ. w. Man kann die Stellen zählen, ſo iſt die ſiebente die, der Millionen; die dreizehnte die, der Billionen.

§. 9. Betrachtet man nun dieſes Geſeze der Zahlenſchrift, ſo wird ſogleich begriffen, daß jede nächſtfolgende höhere (gegen die linke Hand folgende) Stelle verzehnfachte Einheiten von denen enthält, welche die nächſt nachfolgende (gegen die rechte Hand folgende) Stelle enthielt; auf dieſe Art kömmt nun dieſe Zahlſchrift genau mit dem überein, was oben in (§. 6.) von den Namen der Einheiten geſagt wurde. Wie nämlich durch Verzehnfachung im Zählen neue Einheiten entſtehen, und ſo neue Namen erhalten; eben ſo erhalten dieſe neuen verzehnfachten Einheiten auch in der Zifferſchrift neue Stel-

* Die Nulle füllet nur die Stelle aus, und zeigt an, daß in der Stelle, wo ſie ſteht, keine Einheiten ſind, die der Stelle zugehören. In dem obigen Exempel, wo ſie zweimal vorkommt, zeigte ſie an, daß keine Hunderte und keine Zehnmillionen in der angeſchriebenen Zahl ſeyen. Würde man aber die Stellen nicht ausgefüllt haben, ſo hätten die vorſtehenden (gegen die linke Hand ſtehenden) Ziffern ihren wahren Werth nicht erhalten, ſo würde, wenn die Nulle in der dritten Stelle nicht wäre, die nächſte 8, keine Tauſende, die darauf folgende 4, keine Zehntauſende u. ſ. w. bedeuten, welche Bedeutung doch die genannten Ziffern haben ſollten.

Digitized by Google

len. Auch wird sogleich begriffen, daß jede nächstnachfolgende Stelle, (nämlich gegen die rechte Hand hin folgende) zehnfach verminderte (zehnmal kleinere) Einheiten enthalte. Aus diesen Betrachtungen lassen sich nun folgende Fragen beantworten.

a) Was für Einheiten bedeutet ein Ziffer linker Hand, in Rükſicht einer andern rechter Hand, wenn zwischen beiden drei oder zwei oder vier Stellen sind?

Antwort. Wenn 3 Stellen dazwischen sind, so enthält die Ziffer linker Hand Zehntausendfach höhere; wenn zwei dazwischen sind, Tausendfach höhere; wenn vier dazwischen sind, Hunderttausendfach höhere Einheiten, als die rechter Hand. Umgekehrt: Die Ziffer rechter Hand, bezeichnet so vielmal zehnmal kleinere Einheiten, wenn sie mit der Ziffer linker Hand, in Ansehung der dazwischenliegenden Stellen verglichen werden.

b) Wenn noch alles bleibt, wie in (a) angenommen ist, und die leztere Stelle (die rechter Hand) war an sich ein Hunderter, was bedeutet alsdann die linker Hand?

Antwort. Die linker Hand hat dann folgende Werthe:

Wenn 3 Ziffer darzwischen stehen: Millionen,
— 2 — — — — Hunderttausende,
— 4 — — — — Zehnmillionen,

c) Wenn eine Ziffer in einer Reihe für sich schon Zehner gilt, um wie viele Stellen muß sie linker Hand gerükt werden, daß sie Hunderttausende gelte?

Antwort. Um vier Stellen, wobei die, wo sie stand, nicht mit gezählt wird.

d) Eine Ziffer soll tausendfach kleinere Einheiten bedeuten, als sie den Werth mittelst ihrer Stelle in der Zahlenreihe hat, um wie viele Stellen muß sie gegen die rechte Hand zurükgesezt werden?

Antwort. Um drei Stellen, wobei die Stelle, die sie in der Reihe einnahm, nicht mitgezählt wird.

Anmerk. Die obigen Fragen können mannigfaltig verändert werden, und diese Uibung verlohnt die Mühe im Nachdenken dadurch, daß man das Gesez der Zifferschrift recht deutlich einsieht.

§. 10. I. Vergleicht man die Einheiten von zwo zunächst aufeinander folgenden Stellen, sie mögen in der Mitte, oder zulezt in der Zahl seyn, so sind die, der höhern Stelle (die verzehnfachte) zehnmal größer, als die, der nächstfolgenden, und so umgekehrt: die Einheiten der nächstfolgenden Stelle, sind zehnmal kleiner; aber

dieſes Zehnmalkleinerſeyn, macht ſie zu Zehntheilen (Zehntel) der nächſt höheren; ſo ſind z. B. die Einer Zehntel von Zehner, d. h.: 1 Einer iſt ein Zehntel von 1 Zehner, 2 Einer ſind ein Zehntel von 2 Zehnern (weil 2 Einer zehnmal kleiner ſind als 2 Zehner, oder, welches eben das iſt: weil man 2 Einer zehnmal zuſammen nehmen muß, um 2 Zehner zu haben, ſo ſind jene auch gewiß der zehnte Theil von dieſen); Eben ſo ſind 3 Zehner 1 Zehntel von 3 Hunderten, oder 1 Zehner iſt 1 Zehntel von 1 Hunderten. Auch iſt nicht ſchwer zu begreifen, daß z. B.: 8 Einer acht Zehntel von einem Zehner ſind. 5 Hunderter ſind 5 Zehntel von einem Tauſender u. ſ. w.

Wenn man eine niedrige Stelle mit einer höheren vergleicht, ſo, daß zwiſchen beiden noch eine liegt, ſo ſind die Einheiten der niedrigern nun Hundertel (Hundertheile) von der ſo bemerkten höheren; und wenn zwiſchen zwo verglichenen Stellen, noch zwei andere Stellen liegen, ſo enthält die niedrigere Tauſendstel (Tauſende Theile) der höhern u. ſ. w.

II. Wenn aber eine verzehnfachte Einheit, aus ganzen einfachen Einheiten, d. i. aus ſolchen Einheiten zuſammengeſezt iſt, die in der Zahl als Grundeinheit angenommen war, ſo nennt man eigentlich die nachfolgenden Stellen noch nicht mit dem Namen: Zehntel von vorſtehenden Stellen, obſchon ſie es in der That ſind, wie eben iſt gezeigt worden. Man bedient ſich nur dann des Namens Zehntel, Hundertel, Tauſendstel, wenn dieſe Theile eigentlich von der Grundeinheit herkommen, die in der Zahl als ſolche oder als Grundeinheit angenommen war. Z. B.: 376 Meter, hier enthält zwar die 7 (Zehner,) Zehntel von den 3 (Hunderten); auch enthält die 6 Hundertel von den 3, wie das aus dem oben Geſagten deutlich iſt; aber man denkt bei der ganzen Zahl, noch nicht an die Vergleichung dieſes, Zehnmal-größer- oder kleiner ſeyn, um die Stellen als Zehntel anzugeben. Nur dann nennt man die Einheiten eigentliche Zehntel, wenn ſolche von der in der Zahl angenommenen Grundeinheit herkommen. Z. B.: 376 ganze Meter und noch 8 Zehntel vom Meter, welche ſo geſchrieben wird; 376,8 Meter. Hier wird eigentlich 8 mit dem Namen: Zehntel belegt; hätte man auch noch 2 Hundertel vom Meter, ſo würde man die Zahl ſo ſchreiben 376,82 Meter und ſie ausſprechen: 376 ganze und 82 Hundertel; oder auch 376 ganze, 8 zehntel, 2 hundertel Meter.

Digitized by Google

§. 11. Es ist nun sehr leicht, das Geseze der Zahlen nach ihren höhern und niedrigern Stellen zu beurtheilen. Es sey die Zahl 58763 und zwar von der Einheit Litter, oder 58763 Litter, und man geht von der 5, d. h. linker Hand angefangen, von Stelle zu Stelle gegen die rechte Hand, so ist jede nachfolgende Stelle zehnmal kleiner als die vorstehende, und die 3 in der lezten Stelle enthält die kleinsten oder die Grundeinheiten, woraus die Zahl besteht. Aber man könnte doch auch nach der obigen 3 (d. h. nach der Stelle der Einer) also weiter nach der rechten Hand noch mehrere Stellen sezen, die immer unter dem nämlichen Geseze von Zehnmalkleinerseyn begriffen wären, nur daß man dann, (wie am Ende des vorigen §. gezeigt ist) ein Komma (,) nach der Stelle der Einer sezte, wodurch man andeutet, daß eigentlich hier die ganzen Einheiten, sich endigen und die Zehnteleinheiten anfangen.

Z. B. 58763,50241... Diese Zahl wird so gelesen: 58 Tausend 7 Hundert 63 ganze Einheiten, 5 Zehntel 2 Tausendstel 4 Zehntausendstel 1 Hundertstausendstel, und so weiter; nämlich es ist begreiflich, daß von diesen immer zehnmal kleinern Theilen, noch mehrere Stellen nachfolgen könnten. Diese Theileinheiten (Zehnteleinheiten), heißen überhaupt: Dezimaltheile; und man könnte die obigen auch so aussprechen: 50241 Hundertstausendstel, in Worten: Fünfzigtausend, zweihundert, ein und vierzig Hunderttausendstel. Man muß in diesem Falle, wo die Zahl so allein steht, den Namen Hunderttausendstel dazusezen, sonst würde man sie für Ganze ansehen; aber man kann auch die Namen weglassen, und so schreiben: 0,50241, wo das Komma erinnert, daß nach ihm die Dezimaltheile anfangen; man könnte sie auch so schreiben $\frac{50241}{100000}$. Von allen diesen Arten, die Zahlen der Dezimaltheile zu schreiben, wird noch weiter unten geredet werden; es ist nämlich in den Rechnungen bald diese, bald jene Art bequemer.

§. 12. Die neuen Mase und Gewichte, auch die neuen Geldsorten sind nun in ihrer Ab- und Eintheilung, so eingerichtet, daß immer 10 kleinere zusammen ein nächsthöheres Eins ausmachen, und dieses nächsthöhere Eins erhält einen eigenen Namen, der mit den Namen der natürlichen Zahlen (§. 6.) sehr genau, sogar dem Worte nach übereinkommt.

Digitized by Google

Sie heißen, und betragen:

10 Meter	10 Dekameter	10 Hektometer	10 Kilometer
10 Gramme	10 Dekagramme	10 Hektogramme	10 Kilogramme
10 Litter	10 Dekalitter	10 Hektolitter	10 Kilolitter
einen Dekameter	einen Hektometer	einen Kilometer	einen Myriameter
einen Dekagramm	einen Hektogramm	einen Kilogramm	einen Myriagramm
einen Dekalitter	einen Hektolitter	einen Kilolitter	einen Myrialitter

Aus den Vorsylben: Deka, Hekto, Kilo, Myria, denen man nur den Namen der Maseinheit zusezt, z. B. Deka-litter, Hekto-gramm, Kilo-litter, werden die Verzehnfachungen der Maseinheit ausgedrukt. So ist Deka die erste Verzehnfachung der Grundeinheiten; Hekto die Verzehnfachung der Dekaeinheit, oder das Hundertfache der Grundeinheit; z. B. 10 Dekalitter, oder ein Hektolitter, oder 100 Litter sind ganz gleichbedeutende Ausdrücke. Eben so 10 Hektoeinheiten machen eine Kiloeinheit; folglich ist z. B. 1 Kilometer 10 Hektometer; auch 100 Dekameter, auch 1000 Meter. Eine Myriaseinheit ist eben das, wie 10 Kiloeinheiten, oder wie 100 Hekto- oder wie 1000 Deka- oder wie 10000 einfache Einheiten z. B. Myriagramm sind 10000 Gramme u. s. w.

Man hat keine weitere eigene Namen für noch höhere Verzehnfachungen, so hat man keinen Namen für 10 Myriaeinheiten; man heist sie schlechtweg 10 Myria, oder auch Dekamyria; z. B. 10 Myriameter, oder 100000 Meter u. s. w.

Die bisher in diesen Ländern übliche und höchste Gewichteinheit war: der Centner, dann folgte Pfund, Loth, Quentchen, Gran. Die Hohlmase für Flüssigkeiten waren von der höhern Benennung abwärts: Stük, Fuder, Ohm, Mas, Schoppen. Die alten Längenmase sind bekannt; als: Ellen, die nur ihre Unterabtheilungen nach halb, Viertel, Achtel, 16tel, 32tel hatten, und blos zum Ausmessen der gewebten Krämerwaaren diente; der Fuß,

Digitized by Google

der nach einer Zwölftelabtheilung (Zoll), und dieser in Zwölftel (Linien) eingetheilt war, und gewöhnlich zu allen übrigen Längenmessungen, ausser den obigen für die Elle, gebraucht wurde, erhielt noch einige Zusammensezungen, als: Ruthe (an den meisten Orten eine Länge von 16 Fuß) Meile (eine Länge die zwischen 23 und 24 Tausend Fuß fällt.)

Anmerk. Es war nöthig ganz neue Namen, nicht nur für die 3 Grundeinheiten (§4) sondern auch für die verzehnfachten Einheiten anzunehmen; denn es ist gewiß, wenn man die alten Namen beibehalten hätte, so hätte die Verwirrung der alten und neuen Mase nie aufgehört. Und es ist auch so schwer nicht, drei Grundnamen (Meter, Gramm und Litter) und vier Beinamen für die Verzehnfachungen; nämlich, Deka, Hekto, Kilo und Myria; in allem also 7 Namen für die ganzen Einheiten zu lernen. Für die Dezimaltheilung, d. h. für die Dezimal-Unterabtheilung hat man folgende Namen: Dezi (Zehntel) als: Dezimeter, ein Zehntel Meter; Centi (Hundertel) als: Centigramm, ein Hundertel vom Gramm; Milli als Millilitter ein Tausendtel vom Litter; ferner Dezimilli (Zehntausendstel), Centimilli (Hunderttausendstel), Millimilli (ein Millionstel) u. s. w.

§. 13. I. Die Erfahrung bestättigt es, daß die Dinge, die im Handel und Wandel vorkommen, in den allerwenigsten Fällen mit den ganzen Grundeinheiten der schiklichen Mase ausgemessen werden, ohne daß noch Reste bleiben. Z. B.: Es wäre 1 Stük Zeuch auszumessen, welches zwar 27 ganze Meter enthalte, aber noch bliebe ein Restchen, welches keinen ganzen Meter innehielt, daher müste man, wenn man keine kleinere Mastheile mehr hätte, die Messungen unvollendet lassen und sagen: Das Stük hält mehr als 27 aber keine 28 Meter. Eben so würde man bei Dingen, deren Größe mittels der Wage und Gewicht bestimmt werden, etwa finden, daß sie mehr als 3854 Gramme, aber keine 3855 wögen. Aehnliche Fälle würden sich bei Flüssigkeiten und Körnerfrüchten eräugnen; Z. B. man würde finden, daß in einem Gefäße 840 Litter, und noch etwas mehr, welches aber keinen ganzen Litter beträgt, enthalten seye. Ferner in einem Sake können mehr als 109; aber doch auch nicht 110 Litter enthalten seyn. Um nun diese, mit ganzen Einheiten unausmeßbare Restchen doch noch genau anzugeben, ist es nöthig, die Grundeinheiten in kleinere Theile noch weiter zu theilen. Bei dieser weitern Eintheilung nahm man die Dezimaleintheilung (die Zehntheilige Unterabtheilung) an; und so werden dann diese Dezimal-

Digitized by Google

theile unter eben dem Geſetze der aufeinander folgenden Zahlenſtellen mitbegriffen, wie es die ganzen Einheiten waren, und wie das (§. 10. am Ende) iſt erklärt worden.

Bei den alten Maſen hatte man gewöhnlich nur fortgeſetzte Halbierungen angenommen, und ſo erhielt man, Halbe, Viertel, Achtel, Sechszehntel u. ſ. w. von der ganzen Einheit; in manchen Fällen war die Unterabtheilung ſehr unförmlich, daß ſie nicht einmal nach Halbirungen fortgieng; z. B. das Pfund wurde zunächſt in 32 Theile (Lothe) und dann das Loth in 4 Theile (Quentchen) abgetheilt; ſo war die Ruthe gewöhnlich 16 Schuh; aber der Schuh in 12 Theile (Zolle) und dann wieder der Zoll in 12 Theile (Linien) abgetheilt. Alle dieſe unförmlichen Unterabtheilungen fallen, bei den neuen Maſen, weg, weil alle Unterabtheilungen nur Dezimale ſind; d. h. immer nach Zehntel, von den vorhergehenden Theilen oder Einheiten gemacht werden.

II. So kann man nun ſogar alle Rechnungen, ohne die gewöhnlichen Rubriken, die bei den alten Maſen ſtatt haben mußten, ſchreiben z. B. 813,44 Litter; heißt 813 ganze und 44 Hundertel Litter. Hätte man Fäßer, die 8 Hektolitter hielten, ſo würde die eben genannte Zahl ſeyn 8,1344 Hektolitter, (welches ſoviel als 6 Mainzer Ohm iſt) aber man könnte ſie auch ſo ſchreiben 8 Hekto, 1 Deka und 3,44 Litter. Die erſte Art zu ſchreiben, wobei nämlich das Komma (,) als Abtheilungszeichen der Ganzen und der eigentlichen Dezimaltheile, gebraucht wird, bedient man ſich, wenn man Ausrechnungen zu machen hat, wie ſogleich im folgenden Abſchnitte gezeigt werden ſoll; eine andere Art, wobei man ſich Hekto, oder Kilo oder Myria bedient, kann unter den folgenden Umſtänden ſtatt haben. Es iſt ſchon oben erinnert worden, daß man die neuen Namen für die neuen Maſe und Gewichte annehmen müſſe, ſonſt würde die alte Verwirrung nicht aufhören; daher würde es rathſamer ſeyn, dieſe neue Namen beizubehalten, als ähnliche alte Namen den neuen Maſen zu geben. Indeſſen iſt es doch erlaubt worden, folgende alte Namen gewiſſen Maseinheiten des neuen Maſes zu geben, nur muß man ſich bei dieſen Benennungen des Beiwortes neu, wenigſtens bedienen, um die Verwirrung nicht gar zu ſehr zu machen. Rathſamer bleibt es immer, ſich der neuen Namen, wie ſie in der zweiten Kolonne der folgenden Tabelle ſtehen, zu bedienen, weil doch, wie es die drit-

Digitized by Google

te Kolonne zeigt, die neuen Mase, die keine andere, als die zehntheilige Abtheilung, zulassen, sich nur mehr oder weniger den alten in der Größe nähern.

Neue	Enthalten in den obigen eigentlichen neuen Masbenennungen (§. 13.)	Beiläufige Größe der alten Mase gegen die neue, die sich aber aus den Tabellen für jedes Ort genauer angeben lassen.
Elle	Der Meter	Die alte Elle ist etwas größer als der halbe Meter, so daß zwei Ellen etwas mehr als 1 Meter sind; 6 Dezimeter kommen an den meisten Orten mit der alten Elle nahe überein.
Pfund	ein Kilogramm	Im Durchschnitte etwas mehr als 2 alte Pfund. An einigen Orten macht es 2 alte Pfund und 4 Loth, an einigen einige Lothe weniger.
Unze	ein Hektogramm	Die alte Unze war 2 alte Loth, die neue macht aber etwas mehr als 6 1/2 Loth.
Loth	ein Dekagramm	Macht etwas mehr als ein halbes Loth alt Gewicht, etwa 1/2 Loth und 3/4 Quentchen.
Quentchen	ein Gramm	Ist etwas weniges schwerer als 1/4 Quentchen.
Fuder oder Stük	ein Killolitter	Ist an den meisten Orten etwas weniges mehr als 7 Ohm.
Ohm	ein Hektolitter	Hält nahe 60 Mas, oder nahe 3/4 Ohm alten Mases.
Viertel	ein Dekalitter	Beiläufig 6 Mas.
Mas	Der Litter	Meist etwas größer als eine alte halbe Mas.
Schoppen	ein Dezilitter	Beiläufig ein Viertelschoppen alten Mases.

Digitized by Google

Neue	Enthalten in den obigen eigentlichen neuen Masbenennungen (§. 13.)	Beiläufige Größe der alten Mase gegen die neue, die sich aber aus den Tabellen für jedes Ort genau angeben lassen.
Malter	ein Hektolitter	Ist etwas mehr als 3 1/2 Viernsel, beiläufig 3 5/8 Viernsel.
Kumpf oder Sester	ein Dekalitter	Etwas kleiner als anderthalb Kumpf.
Mäschen	Der Litter	Ist etwas größer als das alte Mäschen, und hält etwa 1 1/6 oder auch 1 1/5 altes Mäschen.
Gescheid oder Handvoll	Dezilitter	Man sehe oben: Neuer Schoppen.

Die Mase, die beim Feldmessen üblich sind, so wie die neuen Holz-, Kalk- und Mauermase, werden im Anhange erklärt werden, da das obige ohnedieß nur hier angeführt ist, um einen ungefähren Begriff von der Größe der neuen Mase zu erhalten, und wie man sie mit den alten Namen belegen kann. Da übrigens die angehängten Tabellen genau bestimmen, wie viel von den neuen Mastheilen und Gewichten muß genommen, um eine alte Maseinheit zu haben, so wäre es hier sehr überflüßig, weiter hierüber etwas sagen zu wollen.

II. Abschnitt.

Vom eigentlichen Rechnen.

§. 14. Alles Rechnen besteht eigentlich im Zu- und Abzählen. Das Zusammenzählen in einfachen Einheiten, wie es im §. 6. ist gelehrt worden, könnte man das natürliche, oder auch das einfache Rechnen, heißen; sezt man aber Mengen, d. h. Zahlen auf einmal zusammen, und man weis dieses so nach Regeln zu machen, daß man auf diese Art nicht fehle, sondern eben so sicher die Zahl, die man durch dieses Zusammensezen sucht, erhalte, als wenn man die Einheiten der vorgegebenen Zahlen einzeln, und nach und nach zusammengezählt hätte, so heißt dieses das künstliche Rechnen; und die Regeln, die man

dabei anwendet, um richtig zu rechnen, heißen zusammen; Die Rechenkunst. Aber so, wie man Zahlen zusammensezt, d. h. zusammenzählt, um eine Zahl aus den Zusammengezählten zu machen, eben so fodern es oft die Umstände, daß man eine Zahl oder auch mehrere Zahlen von einer andern abziehen, oder wegnehmen soll; in diesem Falle hat das Abzählen der wegzunehmenden Zahl von der andern Zahl, statt. Dieses Abzählen ist nun freilich das Entgegengesezte vom Zuzählen, aber es geschieht doch auch entweder in einzelnen Einheiten, oder in ganzen Zahlen, wie das Zusammenzählen.

Anmerk. Das natürliche Rechnen reicht zwar in vielen Fällen zu, wo man nur einfache Zu- oder Abzählungen zu machen hat; aber in den meisten Rechnungen sind die Umstände so verwickelt, daß man mit dem natürlichen Rechnen nicht auslangt; und in der That, die Rechnungen, wo die Vergleichungen der alten und der neuen Mase und Gewichte statt haben, sind größtentheils von der Art, daß man dabei etwas mehr muß rechnen können, als in einfachen Einheiten Zu- oder Abzuzählen. Uibrigens sind auch die Regeln des künstlichen Rechnens, so weit man es nämlich zu dieser Absicht braucht, nicht schwer, und gewiß, es verlohnt die Mühe sehr reichlich, einige Aufmerksamkeit darauf zu wenden.

§. 15. I. Es giebt zwo Arten des Zuzählens; die erste hat statt, wenn man Zahlen zusammenzählen soll, die zwar alle einerlei Einheit enthalten, aber in der Menge dieser Einheiten verschieden sind; als: man soll die Zahlen 7, 9, 5 zusammenzählen, die zwar alle einerlei Einheit enthalten, und so soll man eine Zahl daraus machen, die so groß ist, als die angegebenen zusammen. Diese Art zusammenzuzählen, heißt man Addiren. Man muß das Addiren so lernen, daß man mit eben der Fertigkeit solche Zahlen, wie die oben waren, zusammenzähle, als wenn's einzelne Einheiten wären, so sagt man 7 und 9 sind 16, und 5 machen 21 u. s. w. Sollte man lauter gleiche Zahlen; als 6, 6, 6, 6 zusammenzählen, die aber wieder (wie sich das wegen (§. 5.) von selbst versteht) einerlei Einheiten enthalten müssen, so fände man geschwinder die Summe durch: 4mal 6, machen 24, als wenn man hier wie beim Addiren verfahren wollte. Diese Art zu Addiren in gleichen Zahlen heißt man: Multipliziren.

II. Beim Abzählen in ganzen Mengen hat man auch zwo Arten, wovon die eine: Subtrahiren und die andere: Dividiren heißt; Exempel vom Subtrahiren sind: von 9 eine 4 wegzunehmen, wobei denn 5 von

den 9 übrig bleiben; ferner von 17 eine 8 und eine 6 das ist 14 wegzunehmen, läßt 3 übrig. Auch hierinn muß man sich eine Fertigkeit zu erwerben suchen. Aber es ist wieder sehr begreiflich, daß die beiden Zahlen, nämlich die eine, von der die Wegnahme geschieht, und die andere, die man wegnehmen soll, einerlei Einheiten haben müssen; denn sonst verfiele man ja in einen Widerspruch, weil es wohl deutlich ist, daß man nur wegnehmen kann, was vorhanden ist, also muß die wegzunehmende Zahl in der enthalten seyn, von welcher sie weggenommen werden soll. So würde es widersinnig seyn, wenn man von 9 Litter 4 Franks oder 5 Meter wegnehmen wollte; allein von 9 Litter 4 Litter wegnehmen, ist gewiß thunlich, insoferne die durch Litter ausgemessene Sachen auch einerlei sind.

Sollen von einer Zahl mehrere gleiche Zahlen weggenommen werden, z. B. von 50 sollen sechs 8 oder sechsmal 8 weggenommen werden, so heißt dieses Abzählen: Dividiren. Von diesen 4 Arten zu rechnen, muß nun noch umständlicher gehandelt werden, um die nöthigen Regeln zu bemerken, wornach eine jede Rechnungsart leicht und mit Gewißheit verrichtet wird.

Vom Addiren.

§. 16. Es sollen die Zahlen 379,508, ferner 9894,47 und 64,0803 in eine einzige Zahl (die dann die Summe der so angegebenen heißt) gebracht werden. Oben ist zwar gesagt worden, daß man im Addiren die Zahlen in ganzen Mengen, d. h. nicht nach einzeln Einheiten zusammenzähle, allein das bei den obigen Zahlen so zu machen, daß man sie ganz, und auf einmal, wie die 7, 9, 5 (im vorigen §.) zusammenzähle, ist doch nicht wohl möglich, weil wirklich der Verstand das nicht auf einmal fassen könnte; nämlich auf einmal könnte man doch nicht wissen, wie viel die zwo ersten obigen Zahlen zusammen ausmachten, und noch weniger wie viel die dritte, zu den ersten zwei gesezt, nun gäbe. Aber das kann man leicht lernen, wie viel die einzeln Ziffern der gleichbenannten Stellen dieser Zahlen ausmachen. Z. B. wie viel die einzeln Ziffern der Stelle der Einer (sie sind oben 9, 4, 4) zusammen betragen; und so von einer jeder andern Stelle. Das übrige soll in der wirklichen Berechnung der oben angegebenen Zahlen, vorkommen.

Man

Man schreibe die Zahlen so untereinander, daß die Stellen von einerlei Namen genau untereinander zu stehen kommen; als:

379,508
9894,47
64,083
ganze Summe = 10338,061

Man fange die Arbeit des Addirens an der niedrigsten Stelle aller gegebenen Zahlen an; (hier an den Tausendstel) und zähle die Summe der, in diesen Stellen vorfindlichen Einheiten zusammen (hier 3 und 8, welche 11 machen.) Erhält man in dieser Summe einen oder mehrere Zehner, so gehören solche nach dem Gesetze des Zählens und der Zahlen (§. 6 u. 9) zu der nächstvorstehenden Stelle; aber die in der Summe befindlichen Einer gehören zu der Stelle, von der man die Summe oder Zusammenzählung gemacht hat. So kömmt bei den obigen 3 und 8 (Tausendstel) die Summe 11 heraus, da wird denn 1 (als der Einer) in die Stelle der Tausendstel hingeschrieben, und der eine Zehner zu den Einheiten der nächsthöhern Stelle gezählt; dieses Uibertragen der Zehner zu der vorstehenden Stelle heißt: im Sinne behalten, das will sagen: man schreibt die Zehner nicht in die Stelle, bei welcher man sie durchs Addiren erhalten hat, sondern nur die Einer, und die Zehner werden dann sogleich zu der vorstehenden Stelle gezählt, weil sie zu dieser vorstehenden Stelle gehören. Daher zählt man 1 u. 8 u. 7 u. 0, welches 16 macht; also wieder die 6 (Einer dieser Stelle) hingeschrieben, und den Zehner zu der vorstehenden Stelle gezählt; diese vorstehende Stelle ist aber die der Zehntel, und man hat darin: 1 u. 4 u. 5, welche 10 machen, woher denn die Nulle (keine Einheiten) in die Stelle kömmt, und der Zehner im Sinne zu der nächsten Stelle gebracht wird; diese Stelle erhält zur Summe 1 u. 4 u. 4 u. 9 oder 18, daher werden 8 hingesezt; die nun nächste Stelle enthält 1 u. 6 u. 9 u. 7, zusammen 23, wovon die 3 in die Stelle gesezt und die 2 Zehner im Sinne übertragen werden; die nun nächste Stelle enthält 2 u. 8 u. 3, zusammen 13, also 3 hingesezt, und die folgende Summe 1 u. 9 gemacht, welche, weil sie die lezte ist, zwar nur eine Nulle in der Stelle giebt, woher die Summe kömmt, aber die 1 (als Zehner aus dieser Stelle) muß in eine nächsthöhere Stelle gesezt werden, weil sich wohl gewiß diese Einheit noch in der Summe vorfinden muß, und sie nicht im Sinne darf behalten werden. Auf diese Art werden nun alle Exempel der Addition gerechnet. Zur Uibung soll noch eines hier stehen:

53806,2038
7694,83
85498,663
87609,556
475,8

Summe = 235085,0528

Vom Subtrahiren.

§. 17. Gewöhnlich werden nur zwo Zahlen angegeben, und es wird gefodert, die kleine von der großen abzuziehen, d. h. die kleine von der großen abzuzählen. Es giebt nämlich Fälle, wo man wissen will, wie viel der Unterschied von ein Paar Zahlen ausmache, und da ist es sehr begreiflich, daß man die kleine Zahl von der großen abzählen muß, um den Unterschied zu haben, wie viel die große mehr, oder wie viel die kleine weniger enthalte. Z. B. man hat 378 Franks eingenommen, aber man hat auch 250 Franks ausgegeben, und man wollte wissen, wie viel die Ausgabe weniger, oder (welches eben das ist) wie viel die Einnahme mehr betrage; d. h. nun: in diesem Falle will man den Unterschied der beiden Zahlen wissen.

Hier tritt nun wieder die Bemerkung ein, wie bei der Addition, nämlich: Man kann den Unterschied der zwo Zahlen nicht auf einmal angeben, und muß ihn daher in allen einzelnen, aber gleichbenannten Stellen der beiden Zahlen, nach und nach suchen.

Aber es leuchtet von selbst ein, daß man von einer Zahl nur alsdann eine andere abzählen könne, wenn beide Zahlen gleichartige Einheiten haben; **daher müssen beide Zahlen von der nämlichen Gattung Einheiten seyn**; es wäre daher widersinnig, wenn man von 8 Litter 5 Meter abzählen wollte; aber von 8 Litter lassen sich 5 Litter abzählen, wenn anders die Sachen, die durch Litter gemessen werden, hier gleichartig z. B. gleiche Wein- oder gleiche Früchte-Gattung wären.

Da man nun ferner das Abzählen nach und nach in den einzelnen Stellen verrichten muß, so ist es eben aus dem eben Gesagten, wieder klar, daß jedesmal nur die eine Stelle von der ihr gleichbenannten könne abgezogen werden. In einem Exempel soll das alles gezeigt werden. Es soll von 52364,23, die Zahl 28745,18 abgezogen werden. **Man muß hier wieder, um nicht zu leicht**

zu irren, die zusammengehörigen Stellen gerade untereinander sezen; und die Arbeit an der niedrigsten Stelle (hier an den Hundertstel) anfangen.

Allgemein wird bemerkt, daß die obige Zahl, die abgezogen werden soll, im Ganzen genommen, zwar kleiner als die andere ist, aber doch manche Stelle der erstern größer, als die gleichbenannte der andern ist; so wird's begreiflich, daß es möglich ist, die eine Zahl von der andern abzuzählen. Wenn man nun die Arbeit an der kleinsten Stelle anfängt, so bemerkt man, daß hier 8 (Hundertel) von 3 (auch Hundertel) sollen abgezogen werden; welches an sich nicht möglich wäre, aber wenn man von der nächsten Stelle der obern Zahl (den 2 Zehntel) eins wegnimmt oder borgt, und dieses zu den 3 sezt, so giebt das 13 (Hundertel), und hievon die 8 weggenommen, bleiben 5 (Hundertel); (*) Ferner die 1 (Zehntel) abgezogen von 1 (Zehntel), weil die 2 wegen dem Borgen um 1 kleiner geworden ist, läßt übrig: 0; weiter 5 (Einer) von 4 abzuziehen, wird wieder erst möglich, wenn man von der nächsten Stelle (6 Zehner) eins borgt, welches wieder zehn bei 4 macht, und nun 5 von 14 wegnimmt, wobei 9 übrig bleiben. Dieses Borgen hat weiter statt beim Abziehen der Hunderte und Tausende; und auf diese Art das Exempel gerechnet, giebt

52364,23
28745,18

den Rest oder Unterschied = 23619,05

II. In den Fällen, wo von der nächsten Stelle in der obern Zahl eines muß geborgt werden, um die Subtraktion bei dieser Stelle thunlich zu machen, geschieht es gar oft, daß die nächste sogar einige der nächsten Stellen nur Nullen enthalten, daher muß eigens gezeigt werden, wie man sich dabei zu verhalten habe. Z. B. Man hätte 50400104
19480376
wo die untere Zahl von der obern solle abgezogen werden. Die 6 Einer von den 4 abzuziehen fodert, daß man zu den 4 einen Zehner borge, dieser Zehner kann nun

* Dieses Wegnehmen von der vorstehenden Stelle heißt: Borgen, oder Lehnen, und man darf nicht vergessen, daß man von der Stelle Eins weggenommen habe, um bei dem folgenden Abzug von dieser Stelle, dieselbe Ziffer um Eins verkleinert anzusehen.

Digitized by Google

nicht aus der nächsten Stelle erhalten werden, weil die eine Nulle hat, daher muß man erst von der 1 (in der Stelle der Hunderte) diese Borgung machen. Aber dieser geborgte Hunderter zu den 4 gesezt, würde nicht, wie bisher, 14, sondern 104 machen, und davon die 6 abgezogen, bleiben 98 übrig. Dieses hat auch seine Richtigkeit; allein der Rest 98, kann nun weder in die Stelle der Einer gesezt werden (denn er enthält ja zwo Stellen), weder kann er so in die Stelle der Einer und Zehner kommen, weil auch noch die 7 Zehner, die in der untern Zahl sind, müssen abgezogen werden, woher man denn in der Stelle der Zehner zwei Reste erhält. Alles dieses ließ sich zwar mit einiger Uiberlegung in Ordnung bringen, allein die Sache würde doch verwikelt, und bei Fällen, wo man mehrere Nullen überschreiten müßte, um ein geborgtes Eins zu erhalten, würde die Verwikelung noch größer werden; daher befolgt man diese einfache Regel: Das Eins, welches man aus einer vorstehenden Stelle mit Uibergehung einer, oder mehrern Nullen geborgt hat, wird in Gedanken in die nächstfolgende Stelle, wo eine Nulle ist, gesezt, und da macht dieses Eins 10, wie sich das versteht; von diesen Zehn wird sogleich wieder Eins geborgt, und dann begreift man erstlich, daß von den eben entstandenen 10, nun 9 zurük bleiben, und zweitens, daß das von diesen 10 geborgte Eins in der nächsten Stelle wieder 10 mache; und so begreift man überhaupt, woher es komme, daß die beim Borgen überschrittenen Nullen, jede für eine 9 müsse angesehen werden. So nun würde das obige 1 von den Hunderten in die Stelle der Zehner gesezt, (wo nämlich die 0 ist) auch 10 ausmachen, und von diesen 10 wird Eins zu 4 genommen, woraus denn die 14 werden, von welchen die 6 abgezogen, 8 zum Reste lassen. Nun werden die 7 in der untern Stelle der Zehner, von den 9 in der obern abgezogen, wobei 2 bleiben; Ferner die 3 Hunderte in der untern Zahl von auch Hunderten in der obern abzuziehen, bemerkt man, daß in der obern keine Hunderte mehr sind; denn die 1 ist weggeborgt, und die Stelle enthält nun 0, daher wird von der 4 (Hunderttausenden) in der obern Zahl ein Eins geborgt, und dieses nach der obigen Regel zuerst in die nächste Stelle, und immer so weiter zurük getragen, wo dann jede überschrittene Nulle für eine 9 angesehen wird, und in der Stelle, zu welcher man eigentlich geborgt (oben war's die Stelle der Hunderte), wird das übertragene Eins,

Digitized by Google

als Zehn angesehen. Daher nun 3 von 10, zum Reste 7, und weiter 0 von 9, zum Reste 9; weiter 8 von 9, giebt zum Reste 1; dann 4 von 3 abzuziehen (weil bekanntlich von der obern 4 Eins geborgt wurde, und sie daher nur noch 3 ist) muß wieder von der 5 Eins geborgt werden, und die zwischenstehende Nulle überschritten werden; also 4 von 13 läßt 9; und dann 9 von 9 läßt 0; endlich 1 von 4 (weil die 5 zur 4 wegen dem Borgen geworden) läßt 3 übrig. Das Exempel gerechnet, steht so:

50400104
19480376
Rest = 30919728

Bei Zahlen, die aus Ganzen und Dezimaltheilen bestehen, braucht es keiner besondern Weisung, die Subtraktion zu verrichten, weil das Gesetze von den Ganzen und den Dezimaltheil-Stellen eben das ist, wie bei lauter Ganzen; und die Arbeit der Subtraktion sich auf dieses Gesetze gründet.

3010,020
843,176
Rest = 2166,844

III. Überlegt man, daß der Rest, oder Unterschied, nur von der großen Zahl übrig blieb, nachdem man die kleinere nach und nach d. h. stellenweise weggenommen hatte, so wird es deutlich,

a) daß die große Zahl aus dem Reste und der kleinern Zahl, also aus diesen zwei Theilen, bestehe.

b) Daß demnach, der Rest und die kleine Zahl zusammen addirt, wieder die große Zahl geben müssen.

c) Daß wenn man den Rest von der großen Zahl wegnimmt, die kleine herauskommen müsse, denn es ist gewiß wahr, wenn man einen Theil von einer Zahl wegnimmt, der andere übrig bleiben müsse.

Anmerk. Die eben angegebenen wahren Begriffe von den Verhältnissen der drei Zahlen, die bei der Subtraktion vorkommen, könnten dienen, die Probe zu machen. Indessen ist es besser, wenn man die Probe über irgend eine Rechnungsart machen will, das Exempel noch einmal zu rechnen. Die Probe beweißt nicht, ob man einen richtigen Rechnungssaz angenommen, sie beweißt nur, ob man sich nicht verrechnet, d. h. nicht verzählt habe. Wenn man sich versichern will, ob man einen richtigen Rechnungssaz gemacht habe, so muß man die

Digitized by Google

Umstände der Aufgabe wohl überlegen, diese Uiberlegung allein muß die Anweisung an die Hand geben, nach welcher Rechnungsart der angegebene Fall berechnet werden müsse; nämlich, ob man Addiren, Subtrahiren, Multipliziren oder Dividiren, oder gar ob man nicht zwo Rechnungsarten bei einem einzigen Exempel anwenden müsse. Diese Erwägung der Umstände kann nicht durch Probemachen ersezt werden. Es könnte beim Probemachen ja geschehen, daß man sich sogar zweimal auf die nämliche Art verrechnete, und so würde, wenn auch die Probe richtig ausfiele, doch der Fehler bleiben.

Von der Multiplikation.

§. 18. I. Multipliziren heißt: Eine Zahl sovielmal zusammen sezen, als es eine andere angiebt; als wenn z. B. gefodert würde, die Zahl 478 solle 36mal zusammen gesezt werden. Dieses ist nun eine Art des Zusammenzählens in gleichen Zahlen (§. 15.); denn hier sollen 36 Zahlen, davon jede 478 ist, zusammengezählt werden. Diese Zusammensezung einer Zahl, heißt mit einem Worte: Vervielfachung der Zahl.

Die eine von den zwo Zahlen, die zusammengesezt werden soll, (wie oben 478) heißt: der Multiplikand, die andere, welche angiebt, wievielmal der Multiplikand zusammengesezt werden soll, heißt: der Multiplikator, (oben war 36 der Multiplikator) endlich heißt die, auf diese Art erhaltene Zahl: das Faktum. Gewöhnlich wird die kleinere Zahl von zwoen, die zur Multiplikation angegeben worden, als Multiplikator gebraucht, obschon es einerlei ist, welche von den beiden Zahlen als Multiplikand, und welche als Multiplikator gelte, wie das weiter unten gezeigt werden soll.

II. Um aber die Multiplikation mit der gehörigen Fertigkeit, und in der kürzesten Zeit zu Stande zu bringen, ist es nöthig, das sogenannte Einmaleins auswendig zu wissen. In der That, die Multiplikation ist nur eine Art von Addition; man würde aber bei gar zu vielen Multiplikationsfällen, wobei große Zahlen vorkommen, nicht nur ausserordentlich lange rechnen, sondern auch, wegen der langen Additionsreihen, der Gefahr zu fehlen, gar zu sehr ausgesezt seyn. Kurz! diese künstliche Addition muß erlernt werden, wenn man anders vom Rechnen irgend einen Vortheil haben will. Das Exempel wie es in III. folgt, ließe sich zwar nach der Addition so sezen und rechnen;

Digitized by Google

6843 Aber wer würde Geduld genug haben, wenn, ſtatt dieſe Zahl 6mal zuſammenzuſezen, gefodert würde, daß ſie z. B. 6548mal ſolle genommen werden, und man ſich dabei nur der Addition bedienen wollte.

Summe = 41058

III. Es ſollen 6843 mit 6 multiplizirt werden. Man ſchreibt beide Zahlen in dieſer Ordnung, ſo daß der Multiplikator unter dem Multiplikand ſtehe.

6843
6
41058 Faktum

Man fange die Multiplikation an den Einern des Multiplikand an, indem man dieſe Stelle (ſie iſt 3) ſovielmal, und vermittels des Einmaleins zuſammen ſezt, als es die Ziffer des Multiplikators angiebt, und ſo verfährt man nach und nach mit allen Stellen des Multiplikand. Daher 6mal 3 machen 18, wovon die 8 (Einer) in die Stelle der Einer geſezt werden, der Zehner aber wird im Sinne behalten, bis man die Stelle der Zehner (die 4) auch 6mal genommen hat, welches 24 und mit dem im Sinne behaltenen Zehner, der nun zugezählt wird, 25 giebt, wovon man wieder nur die 5 (Zehner) an dieſe Stelle ſchreibt, aber die 2 (Hunderte d. h. Zehner von Zehnern) im Sinne behält, bis man auch 6mal 8 genommen, welches an ſich 48 und mit im Sinne behaltenen 2 nun 50 macht; deshalb man in dieſe Stelle (der Hunderte) keine Einheiten ſezt, weil man in ihr reine Zehner (d. h. Zehnhunderte) erhielt, und wieder die 5 im Sinne behält; bis endlich 6mal 6 genommen, und die 5 zugezählt; dieſe lezte Stelle nun mit 41 anſchreibt, wobei, wie ſich das verſteht, die hier erhaltene lezte Summe ganz angeſchrieben wird. Die Regel iſt: **Die Zehner, die man bei dem Multipliziren einer jeden Stelle des Multiplikanden erhält, werden im Sinne behalten, und dann, wenn erſt das Faktum der nächſthöhern Stelle gemacht iſt, zu dieſem Faktum gezählt.**

§. 19. I. So, wie es die verrichtete Multiplikation im nächſtvorigen Exempel zeigt, werden in allen Fällen die einzelnen Stellen des Multiplikand nach und nach ſo vielmal zuſammengeſezt, als es der Multiplikator angiebt, und das geſchieht aus dem Grunde, weil unſer eingeſchränkter Verſtand es nicht auf einmal machen kann; freilich wäre es geſchwinder geſchehen, wenn man

Digitized by Google

(wie oben im Exempel gefodert wird) auf einmal die Zahl 6843 hätte 6mal hinschreiben können; nun ist aber doch folgendes begreiflich: Wenn man alle Stellen des Multiplikand 6mal in eine Zahl (das Faktum) zusammengebracht hat, so ist auch der ganze Multiplikand 6mal im Faktum; d. h.: **Wenn alle Stellen einer Zahl, gleichvielmal sind vervielfacht worden, so ist auch die ganze Zahl sovielmal vervielfacht worden.**

II. Das Faktum enthält offenbar den Multiplikand, sovielmal, als die Einheit im Multiplikator ist, weil dieses nichts anders sagt, als was man in der Multiplikation wirklich gemacht hat. Daher sagt man auch: **Das Faktum ist sovielmal größer, als der Multiplikand, wieviele Eins im Multiplikator sind;** oben im Exempel ist das Faktum 6mal größer.

III. Der Saz in II. kann nun gewiß auch so verstanden werden: **Um aus dem Multiplikanden das Faktum zu machen, muß jede Stelle des Multiplikand sovielmal größer gemacht werden, als es der Multiplikator durch die Menge seiner Einheiten angiebt.** Aber jede Stelle besteht ja aus Einheiten, daher sagt man auch: jede Einheit des Multiplikand muß sovielmal größer gemacht werden, als es der Multiplikator angiebt. Dieser lezte Begriff wird nun gewiß befolgt, wenn man statt jeder Einheit des Multiplikand den Multiplikator ganz wie er ist, ins Faktum sezte; daher ist es nun gewiß, daß man annehmen müsse, **der Multiplikator ist ganz sovielmal im Faktum, als Einheiten im Multiplikand sind;** aber dieses heißt nun auch wieder: **das Faktum ist sovielmal größer, als der Multiplikator, wieviele Einheiten im Multiplikand sind.** Es ist demnach wahr, daß das nämliche Faktum von zwo Zahlen statt habe, man mag die eine oder die andere Zahl zum Multiplikator nehmen. So ist 7mal 8 eben das, als 8mal 7, und 25mal 365 eben das, als 365mal 25 u. s. w. Das heißt: der Multiplikand und der Multiplikator können in ihrer Bedeutung verwechselt werden, und doch giebt es aus beiden immer das nämliche Faktum.

IIII. Man heißt daher auch die zwo Zahlen, die zur Multiplikation angegeben werden, allgemein: **Die Faktoren.** Nun aber ist in II. und III. bewiesen, daß **das Faktum** sovielmal größer als der eine Faktor ist, wie viele Einheiten der andere hat; daher ist es auch

umgekehrt wahr: der eine Faktor ist sovielmal kleiner als das Faktum, wieviele Einheiten der andere Faktor enthalte.

Auch drükt man den Saz in III. nun kürzer so aus: Einerlei Faktoren geben einerlei Faktum.

V. Wenn der Multiplikator eine verzehnfachte Einheit ist, z. B. 10 oder 100 oder 1000 u. s. w., so ist aus (I.) klar, daß der Multiplikand sovielmal zehnmal müsse zusammengesezt werden, als in diesem Falle der Multiplikator eine verzehnfachte Einheit ist; folglich muß jede Stelle sovielmal zehnmal größer gemacht werden, um das Faktum aus dem Multiplikanden zu machen (III.) Dieses ist nun gar leicht zu erhalten: Wenn z. B. die 6843 oder jede andere Zahl mit 10 zu multipliziren ist, so wird nur eine Nulle angehängt; als 68430, und es ist nun klar, daß jede Stelle eine Verzehnfachung (zehnmalige Vergrößerung) erhalten habe, (§. 9.) folglich ist auch die ganze Zahl 10mal größer, und daher ist sie nun das verlangte Faktum (II.) Eben so erhellt, daß wenn zwei, drei, oder eine jede Anzahl Nullen an eine Zahl nach der Stelle der Einer angehängt werden, diese Zahl eine hundert-, tausend-, oder sovielmalige Verzehnfachung erhalten habe, als die Anzahl Nullen ist, die angehängt wurden. So ist z. B. 5790000 zehntausendmal größer als 579 u. s. w.

§. 20. Wie werden die Multiplikationen gemacht, wobei ein Multiplikator vorkömmt, der mehrere Stellen hat? z. B. wie multiplizirt man 57908 mit 463?

Es werde 57908 als Multiplikand, und die 463 als Multiplikator angenommen. I. Man mache die Sache wieder nach und nach fertig; nämlich man finde das dreifache des Multiplikand (indem man (wie in §. 18.) mit 3 multiplizirt.) II. Hernach suche man das 60fache des Multiplikand, indem man zwar nur mit 6 multiplizirt, aber zugleich diesem 6fachen einen zehnfach höhern Werth giebt, oder das 6fache zugleich noch 10mal sezt. III. Eben so suche man das 400fache des Multiplikand; indem man zwar nur mit 4 multiplizirt, aber zugleich macht, daß dieses 4fache noch 100mal vergrößert wird, wodurch man denn das 400fache erhält. IIII. Diese in I., II. und III. erhaltenen Vielfachen, sezt man durch Addition zusammen, und so hat man denn gewiß den Multiplikand 463mal zusammen, wie das der Fall foderte. Das Exempel steht nun gerechnet so:

Digitized by Google

57908
463

173724 - A
347448 - - B
231632 - - - C

Faktum = 26811404

Hier ist A das Dreifache des Multiplikand. B ist das 60fache. Die Zahl B ist zwar für sich allein betrachtet, nur ein 6faches vom Multiplikand, indem nur mit 6 ist multiplizirt worden; aber wenn man die Stellen der Zahl B gegen die Stellen der Zahl A vergleicht, so sieht man es deutlich, daß jede Stelle der B nun 10mal größer sey, als sie für sich betrachtet, nicht ist: so wäre 8 in B für sich zwar nur Einer, aber weil sie mit der Stelle der Zehner der A einerlei ist, so gilt sie nicht 8, sondern 80, d. h. zehnmal mehr; so gilt das von allen Stellen der Zahl B; folglich ist B das 6mal 10fache, d. h. das 60fache des Multiplikand. Die Zahl C ist für sich allein, ohne ihre Stellen gegen die, der Zahl A zu vergleichen, 4mal größer als der Multiplikand; aber da alle ihre Stellen, wegen der Versezung unter die der Zahl A, auch noch eine 100fache Vergrößerung erhalten haben, so ist die Zahl C das 4fache 100mal, d. i. das 400fache vom Multiplikand.

Nun wird das 3fache, das 60fache und das 400fache des Multiplikand zusammen addirt, welches das obige gesuchte Faktum giebt.

So werden nun alle dergleichen Aufgaben berechnet; indem man zwar nur mit jeder einzelnen Ziffer des Multiplikators, nach der Art wie in §. 18. verfährt, aber dabei bemerkt, daß das Faktum, welches von dieser einzelnen Ziffer herkömmt, noch die Verzehnfachung erhalte, wie es die Ziffer in ihrer Stelle des Multiplikators angiebt. Hierbei wird nur bemerkt, daß das Faktum aus den Einern des Multiplikators (wie oben A ist) die Stellen regulirt, wornach nämlich die andern Faktums (B, C,) richtig gestellt werden, um den Stellen dieser andern Faktums die gebührende Verzehnfachung zu geben, wovon das obige Exempel zum Muster dient.

Exempel: 576941
400803

1730823 - A
4615528 - - - B
2307764 - - - - - C

231239683623 = ganze Faktum

In diesem Exempel wird das oben gesagte noch mehr erläutert. Das Faktum A ist das 3fache des Multiplikand, weil die lezte Stelle des Multi-

Digitized by Google

plikators eine 3 ist; das Faktum B ist das 800fache, wie es vermöge der Ziffer 8, die Hunderte ist, seyn muß. Der Multiplikand ist zwar nur 8mal genommen worden, als B gemacht wurde, aber jede Stelle in diesem 8fachen ist, wegen der Versezung zugleich 100mal größer. Die 4 im Multiplikator ist Hunderttausende, daher muß das Faktum (der Multiplikand) 400000mal enthalten; und so ist es auch; denn das 4fache ist wegen der Versezung der Stellen, zugleich 100000mal größer. Die drei einzelne Faktums sind addirt, und geben das ganze Faktum, welches 400803mal den Multiplikand enthält, wie das seyn sollte.

Anmerk. Man kann nun folgende Begriffe leicht unterscheiden: Die Vielfachen einer Zahl sind entweder Verzehnfachungen, (wie §. 19., V.) oder andere Verdoppelungen, die nicht zehnfach sind; zu den leztern gehören alle Vielfache vom Zweifachen bis zum Neunfachen. Wenn man eine Verzehnfachung zu einer Verdoppelung sezt, so läßt sichs leicht angeben, wie groß das Vielfache sey. Z. B. man sezt zu dem 7fachen das 10fache der Zahl, so hat man gewiß das 17fache der Zahl; aber wenn man das 7fache 10mal zusammensezt, d. h. wenn man das 7fache wieder verzehnfachte, so würde man die Zahl 70mal erhalten So macht das 9fache und das 100fache das 109fache, aber das 9fache 100mal macht das 900fache.

Ferner das 30fache und 100fache giebt das 130fache, aber das 30fache 100mal giebt das 3000fache.

Mit einem Worte: es ist ein Unterschied zwischen den Begriffen: zwei Vielfache zusammenaddiren, wovon eines oder beide Zehnfache seyn können, und: ein vorhandenes Vielfache wieder Verzehnfachen.

Diese Bemerkungen sind zwar in jeder Rükſicht wichtig; aber die Fertigung der Tabellen, welche zu Ende dieses Unterrichtes gelehrt werden soll, beruht fast ganz allein auf diesen Begriffen: Die Vielfachen einer Zahl zu addiren; auch: Die Vielfachen einer Zahl wieder Verzehnfachen.

§. 21. Wenn sich der Multiplikand und der Multiplikator mit Nullen endigen, so verrichte man nur die Multiplikation in den Ziffern, und sehe dabei zu Anfange nicht auf diese Nullen; bis die Multiplikation mit den Ziffern fertig ist. Z. B. 70800 und 36000 sind zu multipliziren, so werden nur erst 36 mit 708 multiplizirt, welches 25488 giebt, und hievon werden nun die fünf Nulle, nämlich die drei des Multiplikators, und die zwei des Multiplikand angehängt, und so ist 2548800000 das ganze Faktum. Der Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen.

Digitized by Google

Man hat eigentlich nur mit 36 multiplizirt, und man sollte doch den Multiplikand 36tausendmal zusammensezen; allein, wenn man das 36fache 1000mal sezt, so hat man (nach §. 19. und der vorstehenden Anmerkung) das 36tausendfache; aber das 36fache wird 1000mal gesezt, wenn man nur drei Nullen anhängt (§. 19., V.) Auf diese Art wird nun zuerst begriffen, warum man die Endnullen des Multiplikators an das Faktum anhängen müsse; auch begreift man, daß sich dieses auf die nämliche Art erkläre, der Multiplikator mag sich auf soviele Nullen endigen, als man will.

Betrachtet man nun auch die Sache wegen dem Multiplikanden, so bemerkt man, daß, weil man dessen Endnullen zu Anfange nicht in Betracht zog, man einen sovielmal 10mal kleinern Multiplikand annahm, als die Zahl dieser Endnullen betrug. (So hatte man im obigen Exempel einen 100mal, d. i. einen zehnzehnmal kleinern Multiplikand angenommen, als er an sich war) dieser sovielmal zehnmal zukleine Multiplikand giebt gewiß auch ein ebensovielmal zukleines Faktum, aber dieses zukleine Faktum wird durch die nachher angehängten Nullen wieder gehörig verzehnfacht, oder zehnfachgrößer; folglich so groß, als es seyn mußte. Vielleicht wird auch die Sache wegen des Multiplikand leichter so begriffen: Die anhängenden Nullen machen den Multiplikand sovielmal zehnmal größer, als viele Nullen es sind, daher ist gewiß, daß, wenn die Nullen wegbleiben, derselbe sovielmal 10mal kleiner sey; das wäre nun so, als hätte man einen fehlerhaften (einen mehrmalzehnmal zukleinen) Multiplikand gebraucht, also erhält man auch ein eben sovielmal zehnmal zukleines Faktum; aber durch Anhängung der Anzahl Nullen, die man im Multiplikand wegließ, wird nun gerade dieser Fehler wieder verbessert, und das Faktum von der Größe erhalten, wie es seyn mußte.

§. 22. Es sollte nun auch gezeigt werden, wie man die Zahlen multiplizirt, die aus Ganzen und Dezimaltheilen, oder aus lauter Dezimaltheilen bestehen; allein dieses kann hier mit der Deutlich- und Gründlichkeit nicht geschehen, wie die vorhergehenden Fälle erklärt wurden; erst muß die Division und die Lehre von Brüchen noch einige Begriffe entwikeln, die man bei dergleichen Multiplikationen zum Grunde legt.

Digitized by Google

Von der Diviſion.

§. 23. Dividiren heißt: Unterſuchen und durch eine Zahl angeben, wievielmal eine Zahl in einer andern enthalten ſey.

Es giebt nämlich gar viele Rechnungsfälle, wobei zwo Zahlen vorkommen, von denen man wiſſen muß, wievielmal die eine Zahl (welche dann der Diviſor heißt) in der andern (die der Dividend heißt) enthalten ſey. Die Zahl, womit man dieſes vielmalige Enthaltenſeyn angiebt, heißt: der Quotient. Z. B. Man verlangt zu wiſſen, wievielmal 7 in 84 enthalten ſey; findet man nach den Regeln der Diviſion (die weiter unten vorkommen), daß die 7 in 84 nur 12mal enthalten ſind, ſo war 7 der Diviſor, die 84 der Dividend, und 12 der Quotient.

§. 24. I. Die Frage, wievielmal der Diviſor im Dividenden enthalten ſey, iſt im Grunde keine andere, als: Wievielmal kann der Diviſor vom Dividenden abgezogen werden? Daher iſt die Subtraktion das ſichere Mittel, dieſe Frage aufzulöſen; und ſo wird das in §. 15. Geſagte, hier angewandt. Der Quotient giebt demnach an, wievielmal der Diviſor vom Dividend abgezogen werden konnte.

Durch Hilfe des Einmaleins kann man es leicht wiſſen, wievielmal eine einfache Ziffer in einer Zahl, die unter 90 iſt, enthalten ſey. Aus dieſer Betrachtung und wegen (§. 17.) iſt nun

II. klar, daß der Diviſor und Dividend einartige Zahlen ſeyn müſſen, weil man ja hier, wie in der Subtraktion (§. 17.) die Sache nehmen muß.

III. Bei dieſer Rechnungsart wird, wie bei den vorigen, die Zahl, die man im Ausrechnen ſucht, (hier der Quotient) nicht auf einmal, ſondern nach und nach gefunden. Denn wenn die Frage wäre, wievielmal 7 in 856 enthalten ſey, ſo läßt ſich das nicht auf einmal finden, ſondern nach und nach, wenn man nämlich ſucht, wievielmal 7 in den Hunderten, dann in den Zehnern, und endlich in den Einern des Dividend enthalten ſey.

IIII. Man übe ſich in Beantwortung ſolcher Fragen, die ſich aus dem Einmaleins gar leicht beantworten laſſen; als:

Digitized by Google

Wievielmal ist								
2 . .	4,	6,	8,	10,	12,	14,	16,	18
3 . .	6,	9,	12,	15,	18,	21,	24,	27
4 entz	8,	12,	16,	20,	24,	28,	32,	36
5 halz	10,	15,	20,	25,	30,	35,	40,	45
6 ten	12,	18,	24,	30,	36,	42,	48,	54
7 in?	14,	21,	28,	35,	42,	49,	56,	63
8 . .	16,	24,	32,	40,	48,	56,	64,	72
9 . .	18,	37,	36,	45,	54,	63,	72,	81
Antwort	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9 mal

Alle diese Antworten finden sich im Einmaleins, z. B. wievielmal ist 8 in 56 enthalten, wo man unter der Antwort: 7mal, findet.

IIII. Aber wenn gefragt würde, wievielmal 8 in 57 bis zu 63 enthalten sey, so müßte alsdann die Antwort seyn: 7mal ganz, weil es sich 7mal abziehen läßt, aber es ist doch von den 8 noch etwas mehr in diesen Zahlen 57 bis 63 enthalten, und dieses Mehr, welches von der 8 noch in den gedachten Zahlen, die zwischen 56 und 64 fallen, enthalten sey, will man wissen, und es fragt sich, wie man das angiebt? Man antwortet richtig so: Die 8 ist z. B. in 60 zwar 7mal ganz, aber nicht noch einmal, d. i. keine 8mal enthalten; also ist sie 7mal, und noch ein Theil von ihr, in 60 enthalten. Um nun diesen Theil anzugeben, würde man so urtheilen: die 8 besteht aus acht gleichen Theilen, nämlich aus ihren 8 Einheiten, und da begreift man, daß eine Einheit von ihr ganz richtig ein Achtertheil von ihr sey; daher nun sind über die sieben ganze 8 noch 4 Einheiten, aus denen 8 besteht in 60 enthalten; d. h. nun überhaupt so: 8 ist in 60 enthalten 7mal und noch 4 Achtel von ihr. Dieses lezte giebt man in Zifferschrift so an: $\frac{4}{8}$, und heißt: ein Bruch, oder Bruchzahl; und der ganze Quotient wäre demnach: $7\frac{4}{8}$. So ist 5 in 23 enthalten $4\frac{3}{5}$mal, 9 in 44 ist enthalten $4\frac{8}{9}$mal u. d. g.

§. 25. Die Divisionsaufgaben sind aber durchgehends nicht so einfach, als die obigen Fälle, die auch nur zur Vorbereitung dienen sollen. Es sey demnach Erstlich: der Divisor zwar nur ein Einer, aber der Dividend bestehe aus vielen Stellen; z. B. wenn gefragt würde, wievielmal 7 in 35708 enthalten sey. Zweitens: der Divisor und Dividend sollen aus mehrern Stellen bestehen.

Digitized by Google

Da das Dividiren eine ganz eigene Art zu rechnen ist, die zwar mit den vorigen Rechnungsweisen das gemein hat, daß auch hier der Quotient nur nach und nach gesucht wird, aber doch der Gang der Rechnung anders ist, so daß man hier die Arbeit an der höchsten Stelle des Dividend anfängt, da man in den andern drei Rechnungsarten an der niedrigsten Stelle anfieng, so müssen noch einige Betrachtungen über die drei Zahlen (Divisor, Dividend, Quotient) vorausgehen, die das sonst gewöhnlich Dunkele in der Division aufhellen sollen.

I. Wenn man gefunden hat, wievielmal der Divisor im Dividend enthalten sey, und dieses durch den Quotient angiebt, der in den Fällen, die wir izt betrachten, eine ganze Zahl seyn soll, so ist gewiß, daß man voraus annahm und annehmen mußte, der Dividend sey aus dem Divisor mehrmal genommen, zusammengesezt; daher ist es nun gewiß, daß der Dividend als ein Faktum aus dem Divisor und Quotienten sey, weil der Dividend die Eigenschaft des Faktum hat (§. 19., I.) Z. B. Wenn man findet, daß 6 in 102, 17mal enthalten sey, so ist gewiß 102 aus 17mal 6 zusammengesezt, folglich sind 17 (der Quotient) und 6 (der Divisor) wie Multiplikand und Multiplikator von 102 als dem Dividenden anzunehmen. (§. 19., III.). So ist es nun nach (§. 19. IIII.) wahr, daß der Dividend das Faktum, und der Divisor der eine, der Quotient aber der andere Faktor sey. Folglich kann man auch die Probe über die Division machen, wenn man nämlich den Quotient und Divisor zusammen multiplizirt, welches den Dividend geben muß. Wenn der Quotient (wie in §. 24., IIII.) eine ganze Zahl und Bruch ist, wobei denn die obere Ziffer des Bruches allemal der Rest ist, welcher bleibt, nachdem man den Divisor sovielmal als es thunlich war, abgezogen hat, ist von solchen Dividenden begreiflich, daß sie aus zwei Theilen bestehen, nämlich aus einem wahren Faktum, das aus dem Quotient und Divisor gemacht wird, und aus dem Reste. Z. B. 8 ist in 46, 5mal nebst $\frac{6}{8}$ enthalten, aber 5mal 8 ist 40, daher besteht 46 als Dividend hier aus dem Faktum 5mal 8, und dem Reste 6. Wenn man demnach bei derlei Fällen die Probe machen will, so muß man den Divisor mit den ganzen Einheiten des Quotienten multipliziren, und dann zu diesem Faktum den Rest sezen, dadurch erhält man alsdann den Dividend wieder.

II. Man kann also gewiß seyn, den wahren Quotient gefunden zu haben, wenn dieser mit dem Divisor multiplizirt, den Dividenden gebe. Wenn jemand behauptet, 5 sey 18mal in 85 enthalten, der mache aus 5 und 18 das Faktum, welches aber 90 giebt, daher ist 18 zu groß; aber 17mal 5 ist 85, also ist 17 der wahre Quotient.

III. Es soll 8 in 179416 werden; Man sucht nach und nach wievielmal 8 in jeder Stelle des Dividend enthalten sey; Man schreibe den Divisor, Dividend und Quotient, wie hier neben zu sehen ist, und fange die Untersuchung bei der höchsten Stelle des Dividend an; nämlich: Man fragt, wievielmal 8 in 2, nämlich den 200000 enthalten sey. Daß hier 8 nicht einhunderttausendmal stekе, begreift man aus oben (II.) weil ja 8 mit 100000 multiplizirt 800000 giebt, eine Zahl, die viel größer als 200000 ist, also kann auch der Divisor nicht ein Hunderttausendmal abgezogen werden; und so ist nun gewiß, daß der Quotient für diese höchste Stelle nicht 1 (nämlich 100000) seyn könne; und so müßte eine Nulle in die höchste Stelle des Quotient gesezt werden, aber hier würde eine Nulle ganz überflüßig seyn, weil keine Stellen linker Hand folgen, denen die Nulle ihren Werth bestimmen könnte (§. 8. Note.) Daher würde die erste Frage gemacht, wievielmal 8 in 27 (Zehntausender) enthalten sey? und die Antwort ist 3zehntausendmal, oder 30tausendmal. Kürzer wäre zwar die Frage, wievielmal 8 in 27 enthalten sey, und die Antwort wäre 3mal, wobei freilich noch von den 27 eine 3 übrig bleiben; aber wenn man nur überlegt, daß die 27 hier Zehntausende sind, so begreift man, daß der Quotient 30000 und nicht einfache 3 seyn können, wegen oben (II.)

Divisor	Dividend	Quotient
8	279416	30000
	240000	4000
	39416	900
	32000	20
	7416	7
	7200	
	216	
	160	
	56	
	56	
	0	

Man heiße die Stellen des Dividend bei welchen die Frage gethan wird, wievielmal der Divisor in ihnen enthalten sey, ein Divisionsglied, so waren die 27 (Zehntausende) das erste Divisionsglied. Und alle Stellen, die

die zu einem ſolchen Gliede kommen, werden angeſehen, als wären es lauter Einheiten von der lezten Stelle des Gliedes.

Man kann nun, um der Erklärung (§. 24., I.) genau zu folgen, bei dieſem erſten Diviſionsgliede behaupten, daß man den Diviſor ſchon 30000mal abgezogen habe; freilich wird ſich der Diviſor noch mehrere Tauſend- Hundert- Zehn- und Einermale abziehen laſſen; aber das will man ja nach und nach finden (§. 24., II.) Gewiß war es, daß ſich der Diviſor von dem erſten Diviſionsgliede nicht noch 1 Zehntauſendmal mehr, oder überhaupt nicht 40000mal abziehen ließe; aber doch auch von den Stellen dieſes Diviſionsgliedes noch ein Reſt von 3 übrig bliebe, der nun zu den noch übrigen Stellen des Dividends geſezt, einen gleichſam neuen Dividenden, nämlich 39416 bildet. Man ſuche nun, wie bei der erſten Diviſion, wievielmal 8 in 39 (Tauſenden) als dem zweiten Diviſionsgliede enthalten ſey, und die Antwort iſt 4mal, aber hier muß die 4 offenbar Tauſende ſeyn, weil wieder das Faktum aus 8 in die 4 gewiß Tauſende geben muß; um wieder dieſes Faktum von der Stelle des Dividend abzuziehen, in die man dividirt hatte, und dieſe Stelle war ja Tauſende; (nämlich 39 Tauſende). Das Faktum aus 8mal 4000, d. i. 32000, wird nun abermals vom Dividenden ſubtrahirt, auch der Reſt 7 zu den noch übrigen Stellen des Dividend geſezt, woher denn 7416 übrig bleiben; alſo hat man nun ſchon den Diviſor 30000mal, im erſten Diviſionsgliede; und 40000mal, im zweiten Diviſionsgliede abgezogen, aber er wird ſich wohl auch noch Hundertemale abziehen laſſen, das iſt nun zu unterſuchen.

Man fragt, wievielmal 8 in 74 (Hunderten) als dem dritten Diviſionsgliede enthalten ſey, und die Antwort iſt 900mal; und nun wieder alles beobachtet, was beim erſten und zweiten Diviſionsgliede iſt erklärt worden, ſo bleibt, nachdem man von 7400 die 8mal 900 (oder 7200) abgezogen hat, nun noch 216 übrig.

Das vierte Diviſionsglied iſt 21 (Zehner), und die Frage, wievielmal 8 in 21 enthalten ſey? die Antwort

ist 2mal, d. i. (2 Zehnermal) oder 20mal, auch hier wieder 8mal 20 (oder 160) abgezogen, läßt zum Reste 56.

Nun fragt sich, wievielmal 8 in 56 (Einern) enthalten sey, und die Antwort ist 7mal; dieses 7mal kann aber nur Einer seyn, weil 8mal 7 von den Einern soll abgezogen werden, so kann auch 8mal 7 nichts anders, als Einer seyn.

So nun ist gefunden worden, daß sich der Divisor in dem ersten Divisionsgliede 30000mal abziehen ließ
— — zweiten — — — 4000mal — — —
— — dritten — — — 900mal — — —
— — vierten — — — 20mal — — —
— — fünften — — — 7mal — — —
zusammen 34927mal von dem ganzen Dividend abziehen ließ; folglich war der Divisor auch genau sovielmal im Dividenden enthalten; und das war es, was man suchte.

IIII. In der vorstehenden Anweisung, das gegebene Exempel nach richtigen Regeln zu dividiren, ist die Sache sehr weitschichtig vorgetragen worden, um von allem, was man machte, den wahren Grund anzugeben. Man kann das Exempel, und so jedes andere, wobei der Divisor nur aus einer Stelle besteht, kürzer so rechnen, daß man nicht eben die Nullen an die höhern Stellen des Quotienten setze, sondern geradehin diesen Stellen, wie gewöhnlich, ihren Werth durch die Plätze giebt, die sie in Ansehung des jedesmaligen Divisionsgliedes einnehmen müssen. Denn aus der obigen Erläuterung ist es deutlich, daß jede Stelle im Quotienten gerade die nämliche des Dividenden ist, aus welcher sie durch die Division gefunden ward. So wäre es im obigen Exempel gewesen, wenn man die höchste Stelle des Quotienten (die 3, welche 30000 bedeutet) zunächst hinter den Dividenden gesezt, nun aber auch das Faktum 8mal 3 oder 24 von den Stellen 27 (nämlich 27 Zehntausenden) abgezogen hätte, wobei denn die übrigen Stellen des Dividenden noch unverrükt geblieben wären, nur daß man, um die folgenden Divisionsglieder zu bilden, jedesmal nur eine folgende Stelle vom Dividend zu dem gebliebenen Reste sezt. Dieses näher zu erläutern, soll das obige Exempel nun nochmal nach der kürzern Art gerechnet werden, die man nämlich immer bei Divisionen zu beobachten pflegt.

Digitized by Google

8|279416|34927
f ; 24....
g ; 39...
k ; 32...
l ; 74..
m ; 72..
n ; 21.
p ; 16.
q ; 56
r ; 56
o

Man zog vom ersten Divisionsgliede (27) das Faktum f ; 24 ab, zu dem Reste 3 wurde die nächste Stelle des Dividend (die 9) gesezt, aus den beiden Stellen (der 3 und 9) wird ein neues Divisionsglied g, welches offenbar von der Stelle betrachtet wird, von welcher die 9 ist (nämlich von Tausenden), und die Frage, wievielmal 8 in 39 enthalten sey, wird mit 4mal im Quotienten beantwortet; und nun das Faktum k aus 4mal 8 oder 32 wieder abgezogen, läßt zum Reste 7; hierzu die Stelle der Hunderter (die 4) gesezt, giebt wieder das neue Divisionsglied l, und wieder gefragt, wievielmal der Divisor in 74 (Hunderten) enthalten sey, giebt 9 im Quotienten; nun wieder das Faktum m aus 9mal 8, d. i. 72, von l abgezogen, läßt 2 übrig; zu diesem Reste wird die Stelle der Zehner (die 1 aus dem Dividenden) gesezt, woraus dann wieder das Divisionsglied n wird; und die Frage, wievielmal 8 in 21 (Zehnern) enthalten sey, wird im Quotienten mit 2 beantwortet. Das Faktum p aus 8mal 2, oder 16 abgezogen, giebt den Rest 5, zu welchem nun noch die 6 aus der Einerstelle des Dividenden gesezt, und das lezte Divisionsglied q gebildet wird, worinn der Divisor noch 7mal ohne Rest zu bleiben, enthalten ist. So nun hat man wieder den Quotienten nach und nach aus den verschiedenen Stellen des Dividend gefunden.

V. Uiberhaupt braucht man zwar beim Aufsuchen der Quotientenziffern nicht immnr acht zu geben, von welcher Stelle diese Ziffern seyn müssen; man findet sie aus den Stellen des Dividend, und die Ziffern des Quotienten ordnen sich von selbst in ihre gehörigen Stellen; indem man sie nur nach und nach gegen die rechte Hand hinschreibt. Nur mußte dieses in III. und IIII. umständlich erklärt werden, damit man von dem, was in der Division geschieht, deutliche Begriffe erhalte.

VI. Aus dem nun gezeigten Verfahren ergiebt sich, daß sich im Quotienten alle Stellen finden müssen, die im Dividenden waren, weil man nämlich den Quotient nach und nach aus den Stellen des Dividenden gefunden hat, wobei die Erklärungen in (III.) die richtigen Ursa-

chen angeben. Wenn es sich nun ergiebt, daß der Divisor in einer Stelle des Dividenden nicht 1mal enthalten sey, so muß in den Quotienten eine Nulle gesezt werden, weil doch die Stelle im Quotient muß angemerkt seyn; wie das schon in III. bemerkt wurde, wo der Divisor in der höchsten Stelle des Dividend nicht einmal enthalten war.

Das hier folgende Exempel zeigt diesen Fall zweimal; nämlich in der Stelle der Einer und der Tausender.

```
9|4237568|470840 8/9
 |36.....|
  63....
  63....
  075..
   72..
    36.
    36.
     8
```

Das zweite Divisionsglied war 63, und hierinn der Divisor 7mal, aber das Faktum 7mal 9 abgezogen, ließ keinen Rest; daher war das folgende Divisionsglied nur 7 (die Stelle der Tausende aus dem Dividenden) in diesen 7 ist nun wohl der Divisor 9 nicht einmal enthalten, aber diese Stelle (der Tausende nämlich) muß sich doch im Quotienten finden, weil ja der Quotient angeben soll, wievielmal der Divisor in jeder Stelle des Dividend enthalten sey; und so müßte nun eine o in den Quotient kommen. Nun wird aber auch ein Faktum, welches o ist, abgezogen. (*) Daher bleibt die 7 wie ein Rest, zu welchem die folgende Stelle (die 5 Hunderte) aus dem Dividend gesezt wird, welches dann das neue Divisionsglied giebt, und worinn 9 dann 8mal enthalten ist. Eben der Fall, daß, nach Abzug des Faktum 36 aus den 4 Zehnern des Quotienten und dem Divisor, nichts übrig blieb, ergab das lezte Divisionsglied 8, worinn der Divisor wieder nicht einmal enthalten war, und daher eine o in die zugehörige Stelle des Quotienten gesezt werden mußte; allein nun blieben die 8 als Rest, und aus (§. 24. III.) ist es begreiflich, daß zu dem ganzen Quotienten die 8/9 noch müssen gesezt werden.

---

* Wenn der eine Faktor o ist, so muß das Faktum o werden; denn man sehe die o als den Multiplikand an, und der Multiplikator mag nun eine Zahl seyn, so groß man will, so ist doch gewiß, daß eine o vielmal genommen, o gebe; oder mit andern Worten: **Nichts, vielmal genommen, giebt Nichts.**

Digitized by Google

VII. **Zweitens.** Es sey 75 der Divisor und 2837956 der Dividend; d. h. sowohl der Divisor als Dividend bestehe aus mehreren Stellen.

In diesen Fällen wird nun eben so gefragt, wievielmal der Divisor in jeder Stelle des Dividend (oder in jedem Divisionsgliede enthalten sey, weil ja jedes Divisionsglied angesehen wird, als enthalte es lauter Einheiten von seiner lezten Stelle (oben III.) Besteht nun der Divisor aus 2 Stellen, so wird sogleich begreiflich, daß er nicht in einer einzelnen Stelle des Dividend 1mal enthalten seyn könne, und daher nur eine einzelne Stelle des Dividend gewiß eine Nulle in den Quotient kommen müsse; dieses kann sogar für zwo Stellen des Dividend eintreffen, wenn nämlich diese zwo Stellen noch kleiner als der Divisor sind; wie es oben im ersten Divisionsgliede 28 (Hunderttausenden) der Fall war. Besteht der Divisor aus 3 oder noch mehrern Stellen, so wird es eben so begreiflich, daß er gewiß nicht in jeder einzeln Stelle, auch nicht in einem Divisionsgliede, welches eine Stelle weniger als der Divisor hat, ja nicht einmal in einem Divisionsgliede enthalten sey, welches zwar eben soviele Stellen als der Divisor hätte, wobei aber diese Stellen des Gliedes eine kleinere Zahl ausmachten, als der Divisor selbst ist. Z. B. wenn der Divisor 7658 und ein Divisionsglied 7639 wäre, so würde doch noch eine Nulle in den Quotienten kommen.

So wäre nun im obigen Exempel der Divisor in der ersten Stelle 2 des Dividend (der 2 Millionen) Nullmal; auch noch in dem Divisionsgliede (28) ist 75 nullmal enthalten. Es müßten also in den Quotienten gleich zu Anfange zwo Nullen kommen; Da aber oben (III.) in dem ersten Exempel ist erklärt worden, daß die Nullen zu Anfange des Quotienten keine Bedeutung haben, so kann man diese Nullen hier weglassen, aber wenn sich's bei folgenden Divisionsgliedern ergeben sollte, daß sie kleiner als der Divisor wären, so wird bei ihnen die Nulle in den Quotienten gesezt, (oben VI.)

Das erste Divisionsglied im obigen Exempel, welches eine Ziffer in dem Quotienten giebt, ist demnach 283 (Zehntausenden) und der Quotient ist 3, nämlich auch 3 Zehntausende. Indessen ist es nach oben (V.) nicht nöthig acht zu geben, von welcher Stelle das Divisionsglied, und so die Quotientziffer sey, weil sich alle Stellen des Quotient von selbst so ordnen, wie sie sich von den Divisionsgliedern herschreiben. Doch die Rechnung

des Exempels soll hier folgen, und gehörig erklärt werden.

75	2837956	37839	$\frac{31}{75}$
	225....		
	587...		
	525...		
	629..		
	600..		
	295.		
	225.		
	706		
	675		
	Rest 31		

Eigentlich müßte bei jedem Divisionsglied die Frage gethan werden, wievielmal die 75 in zwo oder 3 Stellen des Dividend enthalten seyen; da aber die Antwort nicht mehr aus dem Einmaleins zu finden ist (wie dieses in 24 I., III. gezeigt ist), so bedient man sich der izt folgenden Weisung: Man fragt nur, wievielmal die höchste Ziffer des Divisors in der einen höchsten des Divisionsglied (wenn sie nämlich in dieser einen enthalten seyn sollte) oder in den 2 höchsten Stellen desselben enthalten sey, und man schließt daraus, daß auch der ganze Divisor sovielmal im Divisionsglied sey. Ob man richtig geschlossen habe, zeigt sich ja gleich, wenn man nämlich das Faktum vom Divisor und der Quotientziffer gemacht hat, und dann sieht, ob dieses Faktum nicht etwa zu groß sey, und sich daher nicht abziehen lasse. Denn, gesezt, man hätte oben im ersten Divisionsgliede, wo gefragt wird, wievielmal die erste Ziffer 7 des Divisors in den zwei ersten (28) des Divisionsgliedes enthalten sey, die Antwort mit 4mal gegeben, so würde nun das Faktum 4mal 75 oder 300 von 283 abzuziehen seyn; offenbar aber ist dieses nicht thunlich; daher dürfte die Quotientziffer nur 3 seyn, weil sich 3mal 75 oder 225 von 283 abziehen lassen. So ist die Voraussetzung, daß der ganze Divisor sovielmal im Divisionsgliede sey, als es seine erste Stelle in den ersten dieses Gliedes ist, nur ein ungefähres Mittel, nur ein Errathen, welches sich aber dadurch sogleich zur genauesten Bestimmung bringen läßt, wenn man nämlich das Faktum macht, und zusieht, ob es nicht größer, als das Divisionsglied sey; und folglich nicht abgezogen werden könne. Ist das Faktum wirklich größer, so muß die Quotientziffer wenigstens um 1, zuweilen um 2 oder noch mehr, kleiner genommen werden.

Es kann bei diesem ungefähren Errathen auch geschehen, daß man die Quotientziffer zu klein angenommen habe; aber auch das findet sich beim Abziehen des Faktum; nämlich, wenn man die Quotientziffer zu klein an-

Digitized by Google

genommen hat, so wird nach abgezogenem Faktum ein Rest übrig bleiben, der entweder gerade so groß oder noch größer als der Divisor sey, und dieser Rest giebt dann die gewisse Anzeige, daß der Divisor noch einmal mehr= vielleicht noch zwei= oder dreimal mehr von dem Divisionsglied könne abgezogen, und folglich die, zuklein angenommene, Quotientziffer auch um eine oder mehrere Einheiten müsse vergrößert werden. Z. B. wenn man beim obigen ersten Divisionsgliede nicht 3, sondern nur 2 zum Quotienten genommen hätte, so wäre das Faktum 150 gewesen, und dieses von 283 abgezogen, hätte zum Rest 133 übrig gelassen, woraus man sieht, daß der Divisor noch einmal mehr hätte können abgezogen und die Quotientziffer nicht 2, sondern 3 müsse angenommen werden. Dagegen schien es, daß beim zweiten Divisionsgliede der Divisor 8mal könne abgezogen werden, weil 7 (die erste Ziffer des Divisors) in 58 (den ersten Stellen des Divisionsgliedes) wohl 8mal enthalten ist; allein 8mal 75 giebt zum Faktum 600, welches von 587 nicht abgezogen werden kann, und daher ist auch der Divisor nicht 8mal, sondern nur 7mal darinn enthalten.

VIII. Zur Übung noch folgendes Exempel:

```
3794 | 76548925 | 20176  1181/3794
     | 7588....|
       ------
        6689..
        3794..
       ------
        28952.
        26558.
       ------
         23945
         22764
       ------
Rest 1181
```

Die Rechnung begreift sich hinlänglich aus den vorherigen Erklärungen. Die vierte Stelle im Quotienten, konnte nur 7 seyn, obschon die höchste Ziffer 3 des Divisors in den zwo ersten 28 des Divisionsgliedes, für sich 9mal enthalten ist.

IX. Aus VI. und dem Exempel in VII. läßt sich leicht einsehen, daß wenn auch der Divisor aus mehrern Stellen bestehe, doch im Quotient die Stellen alle sich finden müssen, die im Dividend sind. Hieraus läßt sich die Division für die Fälle erklären, wo der Divisor zwar eine Zahl von ganzen Einheiten ist, der Dividend aber entweder eine Zahl von Ganzen und Dezimaltheilen, oder von reinen Dezimaltheilen sey. Z. B. Es sey der Divisor 54 und der Dividend 685,36, so wird der Quotient nach der gewöhnlichen Art so gefunden:

Digitized by Google

54	685,36	12,50 $\frac{36}{54}$
	54..	
	145..	
	108..	
	37,3.	
	37,0.	
	36	

Das zweite Diviſionsglied war 145 (Einer) und der Diviſor 2mal darinn, der Reſt war 37, zu welchem man die 3 (Zehntel) des Dividend ſezte, und das Diviſionsglied wurde 37,3 (offenbar 373 Zehntel, weil ja jedes Diviſionsglied angeſehen wird, als beſtünde es aus lauter ſolchen Einheiten, wie es die lezte Stelle in ihm iſt (oben III.); daher die Quotientſtelle, (die 5) welche ſich von dieſem Gliede herſchreibt, Zehntel iſt; das folgende Diviſionsglied war 36 (Hundertel), und weil der Diviſor nicht 1mal darinn iſt, ſo wurde eine Nulle in dieſe Stelle des Quotienten geſezt; (oben VII.) aber der Reſt 36 im gewöhnlichen Bruche dargeſtellt, giebt $\frac{36}{54}$, offenbar drükt dieſer Bruch Hunderttheile aus, weil der Reſt 36 von dem Hundertel iſt. Hätte man einen Dividenden, der eine reine Dezimal-Bruchzahl iſt, wie 0,19483, ſo würde, wenn wieder der Diviſor eine Zahl Ganze, z. B. 24 wäre, zwar die nämliche Operation, wie oben ſtatt haben, aber man muß bei dergleichen Quotienten doch angeben, wo eigentlich die Dezimalſtellen anfangen (§. 11.) Daher würde man hier zuerſt ſagen: 24 in 0 Einern, giebt 0 Einer in dem Quotienten, auch giebt noch 24 in 1 (Zehntel) noch 0 in den Quotienten, dann wird weiter 24 in 19 (Hundertel) noch 0mal enthalten ſeyn, aber weiter wird 24 in dem Gliede 194 (Tauſendtel) 8mal ſeyn, und ſo die Diviſion, wie gewöhnlich fortgeſezt, bringt den Quotienten 0,00811 $\frac{10}{24}$. Der Bruch iſt von der Stelle der Hunderttauſendtel.

X. Die in den vorſtehenden zwei Exempeln angehängten Brüche an den Quotienten, ſind nicht die ſchiklichen Ausdrüke bei Dezimalſtellen, daher ſoll gezeigt werden, wie man dergleichen Brüche in fortgeſezten Dezimalſtellen ausdrüken kann. Gewiß iſt's nach (§. 11.), daß die rechter Hand an die lezte Dezimalſtelle angehängten Nullen, dieſe Zahl gar nicht in ihrer Größe verändern; ſo wäre im erſten Exempel 685,36000.. noch immer die nämliche Zahl; eben ſo iſt 0,1948300000, noch eben die nämliche Zahl, wie ſie im zweiten Exempel vorkam; daher iſt es gewiß, daß wenn der Dividend der nämliche bleibt, man auch bey eben den Diviſoren einerlei Quotienten erhalten müſſe. Dieſe angehängten Nullen (und es kön-

Digitized by Google

nen ihrer sovielmal seyn, als man will) stehen gewiß anstatt noch folgender Dezimalstellen, daher kann man für folgende Dezimalstellen den Quotienten soweit suchen, als man will, weil man immer fortfahren kann, Nullen an den Dividend zu setzen. Allein man kann aus jedem Falle leicht einsehen, bis wieweit man die Quotientstellen brauchen könne; denn, wenn im obigen zweiten Exempel der Quotient Gramme bedeutete, so hätte man gewiß den Quotient bis auf hunderttausendste Theile des Gramms schon überflüßig, sogar zu weit gesucht, so daß wohl der Bruch $\frac{19}{24}$ vom Hunderttausendstel Gramm ganz wegfallen kann, und man ihn gar nicht beizusetzen braucht. Wäre aber in diesem Exempel der Quotient neue Meilen (Myriameter) gewesen, so würde man wohl etwas weiter als Hunderttausendstel des Myriameters gehen, weil $\frac{19}{24}$ Hunderttausendstel einer Meile noch $\frac{19}{24}$ Dezimeter betragen, und man daher den Quotient bis auf Centimeter suchen müßte. Indessen pflegt man doch auch hier nicht weiter, als bis auf Dezimeter zu rechnen; jedoch kann man, wie nun gezeigt werden soll, den Quotient in sovielen Dezimalstellen finden, als man es für nöthig hat. Man setze 0,1948300 und setze die Division fort, so daß an den lezten obigen Rest 19, nun die Nulle aus dem Dividend genommen werde, welche die Stelle der Millionstel einnimmt, und das Divisionsglied wird 190 (Millionstel), der Quotient soll aber 7 seyn, und die 24mal 7 oder 168 abgezogen, läßt zum Reste 22, wozu noch eine Nulle aus dem Dividend gesezt, das Divisionsglied 220 (Zehnmillionstel) bildet. Hierin ist 24 noch neunmal enthalten, und weil nun wohl der Quotient in zulänglichen Dezimalstellen, nämlich bis in Zehnmillionstel gefunden ist, so braucht es weiter keines Bruchs anzuhängen, und so wäre nun der Quotient 0,00811179. Und wenn es ja nöthig wäre, noch mehrere Dezimalstellen zu haben, so kennt man nun das Mittel, noch weiter zu gehen.

Ferner es sey 348 der Divisor; der Dividend 56983, und man will den Quotienten auch in noch 3 Dezimalstellen, nämlich bis zu Tausendstel haben. Man stelle den Dividend in diesem Ausdrucke: 57983,000 dar, so ist der Quotient 163,744, wie man sich durch Rechnung versichern wird.

Gesezt es soll 25 der Divisor, und 18 der Dividend seyn, so ist nach (§. 24, III.) der Quotient $\frac{18}{25}$; allein auch

hier kann der Dividend unter der Gestalt 18,00 dargestellt werden, und weil 25 in 18 (Einer) Nullmal muß angenommen werden, so wird das erste Divisionsglied seyn 180 (Zehntel) und der ganze Quotient, ohne weitern Rest, ist 0,72. Ferner sey 36 in 12 zu dividiren, und weil 12 soviel als 12,0000... ist, so wird der Quotient gefunden mit 0,3333..., wo die Punkte hier bedeuten, daß die Division lauter 3 giebt, und man wieder soviele Dezimalstellen nehmen kann, als man will.

§. 26. I. Da der Dividend das Faktum, der Divisor und Quotient aber die Faktoren sind, (§. 25, I.) so folgt aus §. 19, II. u. III., daß, wenn mit dem einen Faktor ins Faktum dividirt wird, der andere Faktor als Quotient herauskommen müsse. Oder in andern Worten: Mit dem Divisor (als einem Faktor) in den Dividenden (als das Faktum) dividirt, bringt den Quotienten (als den andern Faktor) wieder. Ferner mit dem Quotienten in den Dividenden dividirt, bringt den Divisor.

II. Aus §. 25, II. erhellet ferner, daß der Quotient sovielmal kleiner als Dividend sey, wieviele Einheiten im Divisor sind; wie dieses auch §. 19, IIII. erwiesen ist. Aber wenn eine Zahl, 6mal, oder 10mal und überhaupt bestimmte Male kleiner als eine andere ist, so ist sie gewiß ein 6ter oder ein 10ter, oder überhaupt ein solcher bestimmter Theil von der andern Zahl, als vielmal sie kleiner als diese andere Zahl ist. Dieses liegt ganz in dem Begriffe, daß aus der sovielmal kleinern Zahl die größere werden kann, wenn man die kleinere sovielmal zusammensezt, als sie kleiner ist, so ist z. B. 5 ein 6ter Theil von 30, weil 5 sechsmal zusammengesezt, die 30 giebt; so ist der Schoppen ein Viertel von der Mas, weil der Schoppen viermal zusammengesezt, die Mas ausmacht u. s. w.

So ist nun gewiß, daß der Quotient der sovielste Theil des Dividenden sey, als der Divisor Einheiten hat. So ist im Exempel VI. der dortige Quotient der 9te Theil des Dividenden.

III. Wenn man daher von einer Zahl einen bestimmten Theil, z. B. einen hunderten Theil, oder einen 24ten Theil finden soll, so wird mit 100 oder mit 24 in die Zahl dividirt. Wenn eine Sache, die in einer Zahl angegeben ist, unter mehrere soll getheilt werden, so bedient man sich der Division; z. B. Es sind 5980 Franks

und 60 Centimes unter 420 Personen zu theilen, so ist gewiß, daß man den 420ten Theil von der obigen Geldsumme finden will; und daher wird mit 420 in diese Summe dividirt. Man kann 5980,60 schreiben, und der Quotient ist 142, 39 $\frac{22}{42}$ Franks oder 142 Franks und 39 $\frac{22}{42}$ Centimes. Wollte man schlechtweg fragen, wievielmal 240 Personen in der obigen Geldsumme enthalten seyen, so würde die Frage gegen §. 24, II. anstoßen, und so widersinnig seyn; allein wenn man richtig fodert, den 420ten Theil zu finden, so geht die Division an, und die Folgerung ist, daß nun der Divisor keinen Namen habe, sondern eine unbenannte Zahl ist.

IIII. Die Frage, wie man aus dem Dividenden den Quotienten mache, ist nun leicht zu beantworten; nämlich man muß aus dem Dividend eine sovielmal kleinere Zahl machen, als der Divisor Einheiten hat. Denn der Quotient ist ja der sovielste Theil vom Dividenden, als viele Einheiten der Divisor hat, folglich ist er sovielmal kleiner als der Dividend. Dieser Begriff führt zu der eigentlichen Dezimaldivision.

V. Wenn man mit 10, oder 100, oder 1000, und überhaupt mit jeder verzehnfachten Einheit dividiren soll, so werden soviele der leztern Stellen vom Dividend durch ein Komma getrennt, als wieviele Nullen die verzehnfachte Einheit hat; und die nach den getrennten Stellen gelten dann für eigentliche Dezimaltheile, ganz nach (§. 11.) Z. B. Es soll 5784 mit 10 dividirt werden, so ist der Quotient 578,4; hätte mit 1000 die obige Zahl dividirt werden sollen, so wäre der Quotient 5,784 gewesen; und wenn mit 10000, so wäre der Quotient 0,5784.

Es ist nämlich durch die obige Abtrennung der leztern Stellen, aus dem Dividend eine sovielmal zehnmal kleinere Zahl geworden, als der Divisor durch seine Nullen, d. h. durch die Verzehnfachung seiner Einheiten angab. Denn in 578,4 ist jede Stelle zehnmal kleiner, als in 5784, weil jede Stelle in 578,4 zehnmal kleinere Einheiten enthält, als in 5784; eben so ist 0,5784 zehntausendmal kleiner als 5784, weil jede Stelle zehntausendmal kleinere Einheiten hat, als in den dividirt gewordenen 5784 nicht waren u. s. w.

VI. Wenn der Divisor sich zwar auf Nullen endigte, aber nicht eine reinverzehnfachte Einheit ist, wie es die obigen Dezimalzahlen waren, so bedient man sich der

Methode in (§. 25, VII.), obschon es auch noch eine etwas kürzere Weise giebt. Es sey z. B. 36000 der Divisor, und der Dividend sey 598694; so könnte man zwar etwas geschwinder fertig werden, wenn man erst vom Dividend die drei lezten Stellen abschnitte, weil der Divisor sich auf 3 Nullen endigt, und dann noch mit 36 dividirte, in die vordern Stellen des Dividend; allein um den lezten Rest zu bestimmen, der dann wie gewöhnlich zur Bildung des Bruches am Quotient noch gebraucht wird, fodert es eine sehr weitschichtige Erklärung, die hier nicht eben am rechten Orte angebracht wäre.

Von den Brüchen.

§. 27. Es ist schon erklärt worden, wie man Dezimalbrüche, aus der Eintheilung der ganzen Einheit in 10 Theile, erhalte; allein man erhält theils aus den Rechnungen (wie es oben in der Division mehrere Beispiele giebt), theils auch wegen den Abtheilungen der Mase, Gewichte und Geldsorten noch andere, als Dezimalbrüche. Daher muß der Unterricht von Brüchen hier umständlicher gegeben werden; auch führt diese Untersuchung auf die Gründe, wie man die Multiplikation und Division mit eigentlichen Dezimalbrüchen eben so leicht, als gründlich ausführen könne.

Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile und in soviele Theile theilt, als man will, und man hat eine gewisse Zahl dieser Theile, so hat man eine Bruchzahl, oder auch schlechtweg: einen Bruch, wobei nur gemerkt wird, wieviele Theile aus dem Ganzen gemacht wurden. Wenn z. B. das Ganze in 16 gleiche Theile getheilt ist, und man hätte deren 11, so würde man sagen: eilf Sechszehntel, und die Zifferschrift ist $\frac{11}{16}$. Eben so, wenn das Ganze in 108 Theile getheilt wäre, und man hätte deren 100, so würde man sagen: Hundert Hundertachtel, und schreiben: $\frac{100}{108}$, u. s. w. Die obere Ziffer heißt der Zähler, die untere der Nenner des Bruches. Diese Namen bezeichnen sehr bestimmt die Bedeutung der zwo Ziffern. Der Zähler ist die Zahl der Theile, die bei dem Bruche vorhanden sind; der Nenner benennt die Menge der Theile, die aus dem Ganzen sind gemacht worden.

Die Dezimalbrüche werden zwar viel einfacher durch Ziffern nach dem Komma angeben; (man sehe §. 10,

II. u. §. 11.) allein man kann sie gewiß auch nach der eben angezeigten Weise schreiben; so ist $\frac{4}{100}$ eben das, wie 0,04. Ferner, $\frac{27}{1000}$ und 0,027; eben so $\frac{8}{10}$ und 0,8 sind gleichbedeutende Ausdrücke.

Anmerk. In allen folgenden Untersuchungen über die Natur und Größe der Brüche, werden die Theile, die aus einem Ganzen gemacht sind, immer als gleiche Theile betrachtet, wenn es auch nicht immer ausdrüklich dabei gesagt würde. Denn man wäre auch nicht im Stande, etwas Gewisses in den Untersuchungen herauszubringen, wenn man bei den Theilen immer ungewiß wäre, die wievielsten sie von Ganzen seyen; mit einem Worte: Was nicht regelmäßig geschieht, läßt sich auch nicht nach festen Regeln untersuchen.

§. 28. Die Brüche sind demnach auch Mengen, die man, wie die ganzen Zahlen vermehren und vermindern kann. Man wird gewiß keine Schwierigkeit finden, die Mengen gleicher Theile eben sowohl für Zahlen anzunehmen, als die Mengen ganzer gleicher Einheiten Zahlen sind. Ist ja doch die Einheit einer Zahl eine Größe, die so groß seyn kann, wie man will (§. 2.) Aber das muß man nicht vergessen, daß die Einheiten eines Bruches (es sind die, welche durch den Zähler ausgedrükt werden) erst gleichartig heißen, wenn sie zwo gleiche Eigenschaften haben; erstlich müssen die Brüche, die gleichartig heißen sollen, von der nämlichen ganzen Einheit, oder von gleichen Einheiten herkommen, und zweitens müssen sie auch noch einerlei Nenner haben. Z. B. Wenn man $\frac{5}{8}$ und $\frac{3}{4}$ hat, und beide kämen z. B. von Elle her, so wären sie gleichartig in Ansehung der ganzen Einheit (der Elle); aber sie sind ungleichartig in der Größe ihrer eigenen Einheit; denn der eine Bruch enthält 5 Einheiten, wovon jede ein Achtel ist; der andere enthält 3 Einheiten, wovon jede ein Viertel ist, also sind diese Brüche nicht gleichartig; können aber gleichartig gemacht werden, wovon weiter unten.

Hätte man aber $\frac{5}{8}$ Elle und $\frac{3}{4}$ Pfund, so sind diese Brüche in doppelter Rüksicht ungleichartig, und können gar nicht gleichartig gemacht werden.

Aber $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ von dem nämlichen ganzen Eins. Z. B. von einem Gulden, sind ganz gleichartig; aber $\frac{2}{7}$ und $\frac{3}{7}$ jeder von einer andern ungleichartigen Einheit, z. B. $\frac{2}{7}$ eines Meters, und $\frac{3}{7}$ eines Litters sind doch ungleichartig, obschon sie gleichgroße Theile, d. h. gleichgroße

Einheiten enthalten. In den folgenden Lehren von den Brüchen, worin man nur die allgemeinsten Eigenschaften der Brüche, und ihrer möglichen Verwandlungen untersucht, denkt man niemal an die eigentliche ganze Einheit, von der die Brüche herkommen; oder (welches eben das ist) man stellt sich vor, sie kämen immer von einerlei oder gleichartigen Einheiten her, und sieht daher die Brüche als gleichartig oder ungleichartig an, nachdem sie einerlei oder verschiedene Nenner haben.

§. 29. I. Ist der Zähler eines Bruches kleiner als der Nenner, so heißt der Bruch ächt, oder auch: wahrer Bruch, weil in diesem Falle der Bruch die Zahl ist, wie sie in §. 27. erklärt wurde. Z. B. $\frac{5}{9}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$; ist aber der Zähler entweder dem Nenner gleich, oder größer als der Nenner, so heißt der Bruch unächt; z. B. $\frac{3}{3}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{8}{5}$, u. d g.

Diese unächten Brüche enthalten entweder genau soviele Theile, als zu einem oder zu mehrern Ganzen erfodert werden, oder sie enthalten nebst sovielen Theilen als auf ein oder mehrere Ganzen gehen, noch einige Theile mehr. Die ersten heißt man Scheinbrüche; z. B. $\frac{3}{3}$, $\frac{6}{2}$, denn $\frac{3}{3}$ ist gewiß ein Ganzes, und $\frac{6}{2}$ mache genau 3 Ganze; man begreift, daß die Theile, die hier aus den Ganzen gemacht wurden, (und die zeigt ja immer der Nenner an) im ersten Bruche alle, und nichts mehr, vorhanden sind, daher ist er genau ein Ganzes; bei $\frac{8}{8}$ sind die Theile, die auf ein Ganzes gehen, (die Zweitel oder Hälften) genau 3mal vorhanden, folglich enthält dieser genau 3 Ganze. Die Brüche $\frac{7}{4}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{36}{8}$ u. d. g., welche zwar ein- oder einigemale die Theile enthalten, die auf ein Ganzes gehen, aber über diese Ganze auch noch Theile enthalten, heißt man gemischte Zahlen; so ist $\frac{7}{4}$ ein Ganzes und noch $\frac{3}{4}$; ferner $\frac{36}{8}$ enthält 4 Ganze und noch $\frac{3}{8}$, weil nämlich die 8 Theile, die zu einem Ganzen erfodert werden, 4mal vorhanden sind, und über dieses noch 3 dieser Theile.

II. Man begreift, daß sich die Zahlen der Theile (die Zähler) so groß machen lassen, als es die Umstände fodern; denn man kann ja immer mehr der nämlichen Theile zu den vorhandenen setzen. Wenn man z. B. $\frac{3}{4}$ hat, und abermal $\frac{2}{4}$ und noch $\frac{1}{4}$ darzusezt, so ist es doch ge-

Digitized by Google

wiß wahr, daß daraus $\frac{6}{3}$ werden. Es ist freilich klar, daß die Menge Theile eines unächten Bruches nicht von einem einzigen Ganzen herkommen können; aber man muß und kann sich dabei vorstellen, daß mehrere völlig einerlei Ganze in die nämliche Zahl Theile seyen getheilt worden, und so sind dann diese Theile auch völlig einerlei. Z. B. Man hat 5 Gulden, und theilt jeden in 3 gleiche Theile, so wird man gewiß 5mal die 3 Theile haben, welches dann 15mal die 3 Theile giebt; geschrieben würde der Bruch so stehen: $\frac{15}{3}$.

III. Wenn man daher Brüche von gleichen Nennern hat, so kann man sie addiren, d. h. zusammen in einen Bruch bringen, weil in diesem Falle lauter gleiche Einheiten (gleiche Theile) vorhanden sind. Z. B. $\frac{5}{8}$ und $\frac{8}{8}$ $\frac{7}{8}$ machen $\frac{18}{8}$. Daß in diesem Falle die Zähler addirt werden, begreift man, weil ja die Zähler die Mengen der vorhandenen Theile angeben, und so alle Zähler der Brüche von gleichen Nennern auch alle vorhandenen Theile angeben, und die Summe solcher Zähler, vom nämlichen Nenner, ist die Summe der Brüche.

IIII. Da die Multiplikation im Grunde nur eine Addition in gleichen Zahlen ist, wird begreiflich, daß wenn ein Bruch mehrmal solle zusammengesezt, das heißt: multiplizirt werden, man nur dessen Zähler sovielmal zusammenbringt, als es geschehen soll, und der Nenner unter dieses Faktum aus dem Zähler sezt. Z. B. es soll $\frac{4}{3}$ 7mal zusammengesezt werden, so wird der Zähler 4 mit 7 multiplizirt und dem Faktum 28 wird der Nenner 5 beigesezt, so ist nun 7mal $\frac{4}{3}$ genau $\frac{28}{3}$, u. s. w.

V. Eben so deutlich ist es aus dem, was §. 17. von der Gleichartigkeit der Zahlen gesagt ist, die subtrahirt werden sollen, daß das eben so von Brüchen gelte; wenn man daher von einem Bruche Theile wegnehmen will, so können die wegzunehmenden Theile keine andere seyn, als die des Bruches sind, von dem man sie wegnehmen will; d. h. nun: auch bei der Subtraktion müssen die Brüche gleiche Nenner haben.

VI. Wenn Brüche einerlei Nenner haben, so ist der unter ihnen der größte, welcher den größten Zähler hat, weil er nämlich die meisten von den nämlichen Theilen hat (§. 28.)

Digitized by Google

§. 30. I. Ein jeder Bruch, worinn Zähler und Nenner gleich ist, z. B. $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{54}{54}$, $\frac{1000}{1000}$ u. s. w., ist genau ein Ganzes; denn er enthält genau alle Theile, die aus dem Ganzen gemacht werden, und alle Theile und das Ganze sind wohl einerlei.

II. Hätte man nun einen unächten Bruch, und man verlangte zu wissen, wieviele Ganze er enthielt, so verlangt man eigentlich zu wissen, wiepielmal alle Theile, wie sie in dieses Bruches Nenner ausgedrükt sind, im Zähler enthalten sind, d. h. nun, wievielmal der Nenner im Zähler enthalten ist, folglich muß man mit dem Nenner in den Zähler dividiren (§. 23.) Der Quotient giebt dann an, wievielmal alle diese Theile, die ein Ganzes machen, vorhanden sind; also giebt der Quotient an, wievielmal Ganze vorhanden sind. Z. B. $\frac{51}{9}$. Hier werden zu einem Ganzen 9 Theile erfodert, weil die Theilung des Ganzen in 9 Theile geschehen war; nun sind aber die 9 Theile 5mal vorhanden, weil 9 in 51 eben 5mal enthalten ist; aber noch sind über die 5 Ganze $\frac{6}{9}$ im Bruche, weil 5mal 9 erst 45 machen, wobei begreiflich hier noch 6 Neuntel übrig bleiben; $\frac{60}{12}$ ist genau 5 Ganze; $\frac{17}{4}$ enthält 4 Ganze und $\frac{1}{4}$; $\frac{856}{10}$ ist 85 Ganze und 6 Zehntel, kann auch so: 85,6, geschrieben werden. (§. 26, IIII.)

III. Will man eine Zahl Ganze in einen unächten Bruch verwandeln, wovon der Nenner angegeben ist, z. B. in Viertel, in Zehntel, in Vierundzwanzigtel u. d. g., so überlegt man, daß jedes Eins in der Zahl (nach oben I.) einen Bruch gebe, dessen Zähler und Nenner gleich sey, nun aber hat man soviele solcher Brüche, als Eins in der Zahl sind; und diese Brüche zusammen, müssen der Zahl gleich seyn. Z. B. Die Zahl 7 Ganze, soll in Neuntel verwandelt werden, so ist begreiflich, daß man 7mal $\frac{9}{9}$ habe, also nach (§. 29, IIII.) $\frac{63}{9}$. Dieses Verfahren, die Ganzen in Brüche zu verwandeln, wird vorzüglich dann angewandt, wenn man gewisse Zahlen zu einem einzigen Bruche bringen will. Z. B. Man will $5\frac{3}{8}$ zu einem einzigen Bruche bringen; so werden die 5 in 8tel verwandelt, und die $\frac{3}{8}$ darzu gesezt, und man hat 5mal 8 Achtel und 3 Achtel, zusammen $\frac{43}{8}$; eben so machen $9\frac{7}{12}$ in einem einzigen Bruche $\frac{115}{12}$.

§. 31.

Digitized by Google

§. 31. I. Man behauptet, der Quotient aus zwo Zahlen sey mit einem Bruche einerlei, welcher den Dividend zum Zähler, und den Divisor zum Nenner hat. Dieses ist auch wahr, es mag der Quotient ein wahrer oder ein unächter Bruch seyn. Diese Uibereinstimmung beider Begriffe soll hier erwiesen werden; weil es bei den folgenden Untersuchungen nöthig ist, den Bruch als Quotienten, und umgekehrt, zu betrachten. Ich will die Sache durch Hilfe einiger Exempel begreiflich machen. Wenn 8 in 5 dividirt werden soll, so ist der Quotient $\frac{5}{8}$, (nach §. 24, III.) und der Begriff dieses Quotienten nach §. 26, II., ist hier: **Man hat den 8ten Theil von 5 gefunden**; oder in andern Worten: **Der obige Quotient ist ein achter Theil von fünf Ganzen.** Aber die $\frac{5}{8}$ als eigentlichen Bruch betrachtet, heißt: **fünf achte Theile von einem einzigen Ganzen haben** (§. 27.)

Der Quotient ist unstreitig der 8te Theil von jedem Eins in den 5, und da gewiß die Eins in den 5 alle gleich oder einerlei sind, so kann man sich auch gewiß vorstellen, daß es ganz einerlei sey, **ob man von jedem der Eins dieser 5 Ganzen, einen achten Theil nahm, um die $\frac{5}{8}$ zu haben, oder ob man ein einziges Eins in 8 gleiche Theile getheilt habe, und davon 5 dieser Achtel genommen habe.** So wie dieses von $\frac{5}{8}$, eben so läßt sich die Sache von jedem andern ächten Bruche erklären; daher ist nun bei ächten Brüchen der Begriff erwiesen: **Bruch und Quotient haben völlig einerlei Bedeutung.** Gesezt, man habe den unächten Bruch $\frac{23}{9}$, so ist gewiß, daß, wenn er als Quotient betrachtet werden soll, erst die Division mit 9 müsse vollzogen werden, und man erhält durch die Division 2 und $\frac{5}{9}$, und man sagt: 2 $\frac{5}{9}$ ist der 9te Theil von 23 Ganzen (§. 26, II.) Wird $\frac{23}{9}$ als Bruch betrachtet, so ist derselbe 23 neunte Theile. Aber 23 neunte Theile ist gewiß eben das, als wenn man von jedem Eins der 23, einen neunten Theil genommen, daher ist auch hier erwiesen, daß ein unächter Bruch und der Quotient einerlei sey, wenn des Bruches Zähler der Dividend, und der Nenner der Divisor ist.

II. Weil aber aus (§. 25, I.) erwiesen ist, daß der Quotient mit dem Divisor multiplizirt, den Dividend gebe, so ist aus dem obigen nun klar, daß wenn ein Bruch mit seinem Nenner multiplizirt wird, das Fak-

Digitized by Google

tum der Zähler sey. Z. B. $\frac{5}{8}$ mit 8 multiplizirt, giebt 5, eben so $\frac{17}{4}$ mit 4 multiplizirt, giebt 17; und $\frac{379}{100}$ mit 100 multiplizirt, giebt 379; aber weil auch $\frac{379}{100}$ mit 3,79 geschrieben wird, so ist nun auch wahr, daß 3,79 mit 100 multiplizirt, die Zahl 379 gebe. Dieser lezte Fall ließ sich auch aus §. 19, V. herleiten. Die so erhaltenen reinen Zähler, sind nun gewiß wie ganze Zahlen anzusehen.

III. Wenn daher gefodert wird, eine Zahl in eine andere zu dividiren, so kann man sogleich den Quotienten anzeigen, wenn man nämlich den Dividend und Divisor Bruchweise schreibt. Z. B. Es soll 25 in 8570 dividirt werden, so ist der Quotient richtig so angegeben: $\frac{8570}{25}$; und will man die Division vollenden, so wird dieser unächte Bruch nach §. 30, II. behandelt; so wäre $\frac{8570}{25}$ soviel, als $342\frac{20}{25}$. In Fällen, wo der Divisor größer als der Dividend ist, giebt diese Darstellung den vollendeten Quotienten. Z. B. 18 soll in 11 dividirt werden; hier ist $\frac{11}{18}$ der vollendete Quotient.

IIII. Aus §. 26, I. ist klar, daß wenn man zwo Zahlen multiplizirt, und die eine von den beiden Faktoren als Nenner unter das Faktum sezt, es eben das sey, als habe man mit der Zahl, die wieder als Nenner vorkömmt, nicht multiplizirt. Z. B. 5mal 8 oder 40, so gestellt $\frac{40}{8}$, giebt 8, und ist eben so als wäre 8 nicht mit 5 multiplizirt worden; auch $\frac{40}{8}$, welches 5 ist, ist eben das, als wenn 5 nicht mit 8 multiplizirt sey. Man sagt daher: Die Multiplikation und Division mit der nämlichen Zahl, heben sich wechselweise auf. Z. B. wenn eine Zahl, welche man will, und die allgemein Z heißen soll, mit 20 multiplizirt, aber das Faktum auch wieder mit 20 dividirt wird, so bleibt Z unverändert; eben das erfolgt, wenn man erst mit 20 die Zahl Z dividirt hätte, aber diesen Quotientbruch dann wieder mit 20 multiplizirte.

§. 32. I. Wird der Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl, die so groß sey, wie man will, multiplizirt, ohne den Nenner zu verändern, so ist es klar, daß der Bruch sovielmal größer geworden, als die Zahl Einheiten hatte, womit man den Zähler multiplizirt hat. Denn offenbar erhält man dadurch eine sovielmal größere Zahl von den nämlichen Einheiten, wie sie im Bru-

che vorher waren, weil der Nenner nicht verändert wird. Z. B. den Zähler 5 in $\frac{5}{8}$ mit 12 multiplizirt, giebt $\frac{60}{8}$, und gewiß ist $\frac{60}{8}$ nun 12mal größer als $\frac{5}{8}$. (§. 29, III.)

II. Wenn man den Zähler mit einer beliebigen ganzen Zahl dividirt, ohne auch den Nenner zu verändern, so wird der Bruch sovielmal kleiner, als der gebrauchte Divisor Einheiten hat. Z. B. man dividire den Zähler 12 des Bruches $\frac{12}{25}$ mit 4, so erhält man $\frac{3}{25}$; offenbar ist 3 viermal kleiner als 12. (§. 26, II. Denn die beiden Zähler, oder die 3 und die 12, enthalten einerlei Einheiten.

Um aber zu begreifen, welche Veränderungen mit einem Bruche vorgehen, wenn man dessen Nenner mit einer Zahl multiplizire oder dividire, ohne den Zähler zu ändern, müssen noch einige Betrachtungen über die eigentliche Bedeutung des Nenners angestellt werden.

§. 33. I. Der Nenner eines Bruches giebt durch die Menge seiner Einheiten an, in wieviele gleiche Theile das Ganze getheilt wurde. (§. 27.) Gewiß begreift man, daß es eben so leicht möglich wäre, das Ganze in noch mehrere oder auch wenigere Theile zu theilen, als es der Nenner bei jedem Bruche angiebt, wo jedoch die geringste möglichste Zahltheile 2, seyn muß. Z. B. bei dem Bruche $\frac{7}{36}$ ist das Ganze in 36 gleiche Theile getheilt, allein es ist gewiß denkbar, daß mehrere auch wenigere Theile als eben 36 aus dem Ganzen hätten gemacht werden können. Noch mehr, man begreift bei mäßigem Nachdenken, daß die Theilung eines Ganzen ausserordentlich weit getrieben werden könne, wobei zwar immer die Theile kleiner, aber niemal so klein werden, daß sie nichts mehr sind, oder gar keine Größe mehr haben.

Wenn man untersuchen will, wievielmal einer von den gleichen Theilen, die der Nenner des Bruches angiebt, kleiner als das Ganze sey, so ist das ohne Mühe sogleich begriffen, daß dieser Theil eben sovielmal kleiner sey, als der wievielste er ist. Z. B. der 4te Theil ist viermal, der 25te Theil 25mal, der 100te Theil ist 100mal kleiner, als das Ganze, wovon sich diese Theile herschreiben; denn gewiß ist's, daß alle Theile zusammen ihrem Ganzen, wovon sie herkommen, gleich sind; aber um das Ganze aus seinen Theilen herzustellen, wird es gleichviel seyn, ob man diese Theile alle zusammennimmt, oder ob man sich vorstellt, als werde einer durch Multi-

plikation sovielmal zusammengesezt, als viele ihrer aus dem Ganzen gemacht wurden; das Ganze ist ein Faktum, wovon der eine Faktor Eins (d. h. ein Theil) ist, und der andere Faktor ist die Zahl der Theile. Z. B. wenn das Ganze in 8 gleiche Theile getheilt ist, so wird das Ganze wieder aus diesen Theilen zusammengesezt, wenn der 8te Theil achtmal genommen wird; folglich ist auch der 8te Theil, achtmal kleiner, als das Ganze. (§. 19, IIII.) Wollte man einwenden, daß aber doch nicht eigentlich aus einem einzigen Theil achtmal genommen, das Ganze entstehe, sondern aus den 8 Theilen, in die es getheilt war, so wird dieser Zweifel gar leicht gehoben, wenn man überlegt, daß diese 8 Theile völlig gleich sind, und es gewiß in der Vorstellung einerlei sey: 8 gleiche Theile, oder einen von diesen gleichen Theilen, achtmal zusammen nehmen.

II. Der Theil des Ganzen, wie er nämlich durch den Menner des Bruches angegeben wird, kann für sich wieder als eine Einheit, als ein Ganzes angesehen werden; das folgt gewiß aus dem Begriffe von der Einheit; (§. 2.) folglich kann der Theil des Ganzen wieder in gleiche Theile getheilt werden, und von solchen zweitern Theilen würde wieder alles obige gelten, wievielmal sie nämlich kleiner als ein erstlerer Theil sind, von dem sie herkommen. Z. B. Man theile oben den 8ten Theil wieder in 5 gleiche Theile, so ist jeder dieser Fünfen wieder 5mal kleiner, als einer der achten Theile.

Wie man aber einen 8ten Theil in 5 theilte, so kann man ohnfehlbar sie alle 8 theilen, also erhält man aus allen 8 nun 5mal 8 oder 40 Theile; diese 40 sind offenbar den 8 achten Theilen gleich; aber eben so offenbar ist es auch, daß jeder von den 40 fünfmal kleiner als ein achter Theil sey; folglich erhält man hier 5mal kleinere Theile, als schon vorhanden waren.

Aber nun ist auch klar, daß diese 5mal kleinere Theile auch 40te Theile von dem Ganzen sind, und (nach oben I.) ein jeder 40mal kleiner, als das Ganze sey. Aber die neue Theilung der Theile ist eben das, als wenn die erstern (die Achtel) mit einer Zahl multiplizirt seyen, die so groß ist, als wieviele neue Theile man aus einem der erstern machen wollte. Man wollte die achten Theile (die erstern) in 5te Theile theilen; also wurde der Menner 8 mit 5 multiplizirt, welches dann 40te Theile gab.

Digitized by Google

III. Was so eben durch Hilfe des Exempels von dem sovielmal Kleinerwerden der Theile, als die Zahl Einheiten hat, mit der man den Nenner multiplizirt, ist gezeigt worden; das läßt sich von allen Fällen so beweisen, wo der Nenner mit einer Zahl multiplizirt wird. Es sey der Nenner eines Bruches eine Zahl, welche man will, und er werde mit 12 multiplizirt, so ist die Vorstellung richtig, daß die Theile, die der Nenner angiebt, und zwar jeder, in 12 Theile getheilt wird, und daher diese leztern Theile, die man izt durch die Multiplikation mit 12 erhält, auch 12mal kleiner sind, als die vorigen.

So ist nun überhaupt klar, daß, wenn der Nenner eines Bruches mit einer Zahl A multiplizirt wird, wordurch dann der Nenner Amal größer wird, man nun Amal kleinere Theile im neuen Nenner erhalte. Z. B. den Nenner des Bruches $\frac{7}{10}$ mit 10 multiplizirt, giebt $\frac{7}{100}$ und bei diesem lezten Bruche sind 10mal kleinere Theile, als beim erstern; eben so den Nenner $\frac{7}{3}$ mit 12 multiplizirt, giebt $\frac{7}{108}$, und diese leztern Theile sind 12mal kleiner, als die erstern.

IIII. Der Zähler bleibt ungeändert, wenn man den Nenner allein mit einer Zahl multiplizirt, aber es ist doch gewiß, daß nun jede Einheit des Zählers sovielmal kleiner sey, als vielmal kleinere Theile in dem neuen Nenner sind.

Hier gilt eben die Behauptung, wie die (§. 7.) von der Ziffer 8, nämlich es kann die nämliche Ziffer (hier der nämliche Nenner) bald größere, bald kleinere Einheiten bedeuten. Z. B. Wenn der Bruch $\frac{5}{9}$ angegeben wird, und man dessen Nenner mit 12 multiplizirt, woher man alsdann $\frac{5}{108}$ erhält, so ist klar, daß bei diesem Bruche nun jedes Eins des Zählers 5, einen zwölfmal kleinern Theil, als zuvor bei $\frac{5}{9}$ gelte. Man hat demnach zwei gleiche Zähler, jeder 5, aber im lezten gilt jedes Eins zwölfmal kleinere Theile, als im ersten; folglich gelten auch alle 5 des leztern zwölfmal kleinere Theile; und so ist nun gewiß, daß der leztere Bruch $\frac{5}{108}$ zwölfmal kleiner, als der erstere sey.

V. So ist nun der Satz erwiesen: **Wenn man eines Bruches Nenner mit einer Zahl multiplizirt, den Zähler aber ungeändert läßt, so wird der Bruch sovielmal kleiner, als die Zahl Einheiten hat, mit der man den Nenner multiplizirte.**

Digitized by Google

Daher enthält dieser Satz wirklich die Regel, wie ein bestimmter Theil eines Bruches gefunden wird. Z. B. von $\frac{7}{5}$ soll man den 8ten Theil finden: Aus (§. 26, II.) ist es nun deutlich, daß der 8te Theil von $\frac{7}{5}$ ein 8mal kleinerer Bruch als $\frac{7}{5}$ seyn müsse; daher wird des $\frac{7}{5}$ Nenner mit 8 multiplizirt, und man erhält $\frac{7}{40}$ als den 8ten Theil von $\frac{7}{5}$.

VI. Es wird nun leicht begreiflich, daß, wenn der Nenner mit einer Zahl dividirt wird, ohne den Zähler zu ändern, die Theile, die der Bruch alsdann ausdrükt, sovielmal größer werden, als die Zahl Einheiten hatte, womit man dividirte. Z. B. der Bruch sey $\frac{9}{30}$, und man dividire den Nenner mit 3, so wird der Bruch alsdann $\frac{9}{10}$ und dieser ist 3mal größer als $\frac{9}{30}$.

Der Satz heißt kurz so: **Den Nenner eines Bruches mit einer Zahl dividirt, ohne den Zähler zu ändern, macht den Bruch sovielmal größer, als der bei dem Nenner gebrauchte Divisor Einheiten hatte.**

Um diesen Satz als allgemein wahr zu begreifen, heiße man den Bruch, wie er angegeben ist, und dessen Nenner erst dividirt werden soll, den **ersten** (oben wäre $\frac{9}{30}$ der erste); den andern Bruch, der den Quotientnenner hat, den **zweiten** (wie oben $\frac{9}{10}$ war). Die Zahl womit man dividirte, heiße D, und kann jede ganze Zahl bedeuten.

Nun ist aus §. 25, I. und II. gewiß, daß des ersten Bruches Nenner das Faktum sey, welches aus des zweiten Bruches Nenner, mit der Zahl D entsteht, weil ja des ersten Bruches Nenner hier der Dividend, und folglich das Faktum ist, welches aus D und dem Quotientnenner (Nenner des zweiten Bruches) entsteht. Folglich ist hier völlig der Satz (oben V.) vorhanden, indem der zweite Bruch eben so ist, als wenn dessen Nenner mit D wäre multiplizirt worden, um den Nenner des ersten Bruches zu haben; aber eben darum ist auch der zweite Bruch sovielmal größer als der erste, als vieviele Einheiten in D sind; (völlig nach oben zu schließen.)

§. 34. I. Wenn man daher den Zähler und Nenner eines Bruches mit der nämlichen einen Zahl multiplizirt, so bleibt der Bruch im nämlichen Werthe; denn die Multiplikation des Zählers macht den Bruch sovielmal größer, als die Zahl Einheiten hat, womit der Zäh-

Digitized by Google

ler multiplizirt wurde (§. 32, I.) Aber den Nenner mit der nämlichen Zahl multiplizirt, macht den Bruch wieder sovielmal kleiner; (§. 33, V.) also bleibt er in unverändertem Werthe. Z. B., wenn in $\frac{5}{8}$ der Zähler und Nenner mit 10 multiplizirt wird, so ist $\frac{50}{80}$ noch ein eben so großer Bruch, als $\frac{5}{8}$; so sind $\frac{9}{25}$ und $\frac{36}{100}$ gleich, weil in $\frac{9}{25}$ der Zähler und Nenner mit 4 multiplizirt, den Bruch $\frac{36}{100}$ giebt.

II. Wird der Bruch als ein Quotient angesehen, (wie das in §. 31., I. und II. erwiesen ist) so heißt der obige Satz: Wenn man den Divisor und den Dividend mit der nämlichen Zahl multiplizirt, so erhält man doch eben den Quotienten, wie er statt hatte, ehe diese Multiplikation vorgieng. Z. B. Es 72 der Divisor und 450 der Dividend, der Quotient ist $7\frac{1}{2}$. Nun werde der Divisor und Dividend mit 100 multiplizirt, so ist ersterer 7200 und lezter 45000 und noch ist der Quotient $7\frac{1}{2}$ wie zuvor.

§. 35. I. Wenn der Zähler und Nenner eines Bruches mit der nämlichen einen Zahl dividirt wird, so wird auch der Bruch im Werthe nicht verändert. Denn wenn der Zähler dividirt wird, so wird der Bruch sovielmal kleiner, als der gebrauchte Divisor Einheiten hat (§. 32, II.) Aber den Nenner mit eben diesem Divisor dividirt, macht den Bruch zugleich wieder sovielmal größer (§. 33, VI.); folglich bleibt er unter diesen Umständen im nämlichen Werthe.

Z. B. Des Bruches $\frac{18}{30}$ Zähler und Nenner werde mit 6 dividirt, so erhält man $\frac{3}{5}$, der dem ersten gleich ist, eben so ist $\frac{25}{100}$ soviel wie $\frac{5}{20}$, weil erst Zähler und Nenner mit 5 sind dividirt worden, aber $\frac{5}{20}$ ist gleich $\frac{1}{4}$, weil wieder Zähler und Nenner mit 5 dividirt wurden, und so ist $\frac{25}{100}$ soviel wie $\frac{1}{4}$.

Anmerk. Die Division im Zähler und Nenner mit einer Zahl geht nicht in allen Fällen ohne Rest, in beiden Ziffern, auf, und da hat man von dieser Operation wenig Nutzen; z. B. $\frac{8}{21}$. Hier läßt sich zwar der Zähler mit 2, mit 4, auch mit 8 dividiren, aber der Nenner nur mit 3 oder 7; Daher würde man, wenn man nach der obigen Weise verfahren wollte, für $\frac{8}{21}$ folgende Brüche $\frac{1}{2\frac{5}{8}}, \frac{4}{10\frac{1}{2}}, \frac{2}{5\frac{1}{4}}, \frac{2\frac{2}{3}}{7}, \frac{1\frac{1}{7}}{3}$ erhalten, die

zwar alle dem Bruche $\frac{8}{21}$ gleich sind, aber wegen ihrer Unförmlichkeit sehr unverständlich, und daher unbrauchbar sind.

Aber es giebt sehr viele Brüche, wobei sich die Division im Zähler und Nenner mit einer Zahl anbringen läßt, z. B. $\frac{72}{108}$, $\frac{405}{3645}$; bei beiden läßt noch die Division mit 9 im Zähler und Nenner anbringen, und der leztere läßt sich zweimal mit 9 heben, und der so gehobene noch mit 5, wie man sich durch Rechnung versichern kann.

Diese Division im Zähler und Nenner heißt man den Bruch heben, oder auch kleinern, man bringt dadurch den Bruch zu kleinern Ziffern, ohne seinen Werth zu ändern, aber unter kleinern Ziffern ist es leichter zu erkennen, wie groß das Stük vom Ganzen sey, welches durch den Bruch vorgestellt wird. So ist $\frac{405}{3645}$ mit 9 und hernach mit 5 und noch einmal mit 9 gehoben $\frac{1}{9}$, und $\frac{1}{9}$ ist wohl viel leichter zu schätzen, welches Stück vom Ganzen er sey, als der ungekleinerte $\frac{405}{3645}$.

Um aber leichter die Zahlen zu finden, mit denen ein Bruch gehoben werden könne, hat man folgende Merkmale zu beobachten, die wenigstens für die Division mit einfachen Divisoren zureichen: Wenn sich eine Zahl auf eine gerade Ziffer, als 2, 4, 6, 8 endigt, so läßt sich dieselbe gewiß mit 2, auch öfter mit 4 oder 6, ohne Rest dividiren; endigt sich eine Zahl auf 5 oder 0, so läßt sie sich ohne Rest mit 5, wenn sie sich aber auf 1, 3, 7, 9 endigt, so hat man die Division mit 3 oder 7 zu versuchen, und wenn 3 und 7 nicht aufgehen, so läßt sich wenigstens mit keiner andern einfachen Ziffer die Division ohne Rest machen. Es giebt noch eine andere Methode, den gemeinschaftlichen Divisor zum Zähler und Nenner eines Bruches zu finden, wenn nämlich Zähler und Nenner in der That einen solchen Divisor haben; allein sie hier vorzutragen, ist zu weitläufig.

II. Wird ein Bruch als Quotient betrachtet (wie oben 34, II.), so heißt dieser Satz in Ansehung des Quotienten: Wenn der Divisor und Dividend mit einer Zahl dividirt werden, so hat doch der nämliche gleichgroße Quotient statt, wie er war, ehe diese Division im Divisor und Dividend gemacht wurde.

§. 36. Wenn Brüche addirt werden sollen, die zwar von einerlei Ganzen herkommen, aber verschiedene Nen-

ner haben, eben so, wenn dergleichen Brüche subtrahirt werden sollen, so müssen solche Brüche vorher zu einerlei Nenner gebracht werden; weil, ohne diese Zubereitung der Brüche, die eben gedachten Rechnungsarten nicht können vollzogen werden; denn bekanntlich lassen sich nur ganz gleichartige Zahlen addiren, und von einander subtrahiren. Daher soll nun gezeigt werden, wie man Brüche von verschiedenen Nennern zu einerlei Nenner bringen könne, ohne sie am Werthe zu ändern.

I. Wenn zwei Brüche unter einerlei Nenner zu bringen sind, so wird, wechselweise, des einen Bruches Zähler und Nenner mit des andern Bruches Nenner multiplizirt. Z. B. $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{9}$ sollen zu einerlei Nenner gebracht werden. Man multiplizire des ersten Zähler und Nenner mit des andern Nenner 9, so wird aus $\frac{5}{8}$ der Bruch $\frac{45}{72}$; und des andern Bruches Zähler und Nenner mit 8 multiplizirt, verwandelt $\frac{7}{9}$ in $\frac{56}{72}$; und so von jedem Paar Brüche, bei denen gefodert wird, sie unter einerlei Nenner zu haben.

Ein geringes Nachdenken wird von dem izt gewiesenen Verfahren folgende Gründe entdecken:

Erstens bleiben die Brüche im nämlichen Werthe, weil eines jeden Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl multiplizirt wurde (§. 34, I.)

Zweitens mußte einerlei Nenner herauskommen, weil ja der Faktumnenner aus einerlei Faktoren gemacht wird (§. 19, III.) Oder so: Der gemeinschaftliche Nenner (dergleichen oben 72 ist) wird aus den nämlichen Nennern der beiden Brüche, durch Multiplikation erhalten, und muß daher einerlei seyn.

II. Sind drei oder mehrere Brüche unter einerlei Nenner zu bringen, so wird ein ähnliches Verfahren beobachtet, um wieder den gemeinschaftlichen Nenner als ein Faktum aus allen Nennern zu erhalten. Hierzu dient nun folgende Weisung: Man multiplizire eines jeden Bruches Zähler und Nenner mit dem Faktum, das man aus der andern Brüche Nenner vorher gemacht hat.

Es seyen die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{7}{8}$ unter einerlei Nenner zu bringen. Man multiplizire den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{2}{3}$ mit 8mal 10 oder 80, als dem Faktum aus den Nennern der andern Brüche, so wird aus $\frac{2}{3}$ der $\frac{160}{240}$ und dieser Bruch und $\frac{2}{3}$ sind gleich (§. 34.)

Digitized by Google

Der Zähler und Nenner des Bruches $\frac{7}{10}$ wird mit 3mal 8 oder 24 als dem Faktum aus der andern Brüche Nenner multiplizirt, und $\frac{7}{10}$ verwandelt sich auf diese Weise in $\frac{168}{240}$, und beide Brüche, nämlich $\frac{7}{10}$ und $\frac{168}{240}$ sind wieder gleich (§. 34.)

Eben so werde nun des $\frac{5}{8}$ Zähler und Nenner mit 3mal 10 oder 30 als dem Faktum aus den Nennern der andern Brüche multiplizirt und er wird $\frac{150}{240}$; und dieser ist wieder $\frac{5}{8}$ gleich.

Daß dieses Verfahren die Brüche am Werthe nicht verändere, ist schon oben gezeigt worden; und es wird eben so leicht begreiflich, daß die Brüche auf diese Art einerlei Nenner erhalten müssen; denn der gemeinschaftliche Nenner wird bei jedem Bruche ein Faktum aller Nenner, folglich ein Faktum aus einerlei Faktoren, welches nothwendig einerlei seyn muß (§. 19, III.) Der auf diese Weise erhaltene einerlei Nenner, heißt auch: der Hauptnenner, auch: der Gemeinnenner.

III. Es kommen bei dem obigen Gemeinnenner 240 drei Faktoren vor; nämlich: 3, 10, 8, es könnte demnach ungewöhnlich scheinen, daß auch hier der Satz (§. 19, III.) statt habe, weil dort nur von zwei Faktoren die Rede war. Wenn man aber das hiesige Verfahren etwas näher betrachtet, so bemerkt man, daß ja jedesmal, um ein Faktum zu machen, im Grunde doch nur zween Faktoren vorkamen. Denn beim ersten Bruche wurde 8mal 10 noch 3mal genommen; d. h. aus 8 und 10 wurde zwar erst ein Faktum 80 gemacht, allein die 80 galt wieder als Faktor bei 3mal 80. Eben so war es bei 3mal 8, welche noch 10mal beim zweiten Bruche genommen wurde, wo also wieder das Faktum 24 weiterhin als Faktor diente, um 24mal 10 zu machen.

Hätte man sogar aus vier, fünf, oder noch mehr Faktoren ein Faktum zu machen, so würde doch das Verfahren immer so seyn: zuerst wird ein Faktum aus zwei gemacht; aus diesem Faktum und dem dritten Faktor wird wieder ein Faktum gemacht, dieses Faktum aus dreien dient wieder als ein Faktor, und ein vierter Faktor ist der andere, aus welchen dann das Faktum aus vieren gemacht wird; und dieses Faktum aus vieren wird wieder als Faktor zu dem Faktum gebraucht, welches man aus fünfen bildet u. s. w.

Um die Sache durch ein Exempel zu erläutern, seyen 7, 9, 16, 4, 5, als Faktoren gegeben. Ich will die

Faktoren, die zu einem Faktum gebraucht werden, zwischen Klammern, und das daraus entstandene Faktum mit = neben daran, und über das Faktum die römische Zahl, setzen, welche andeutet, aus wievielen Faktoren das Faktum gemacht sey.

Daß man sehr verschiedentlich die Fakta aus je zwei, aus je drei, aus je vier, und zwar immer aus andern zweien, dreien, und vieren machen könne, sieht man aus der obigen Tabelle, aber das lezte Faktum, welches aus allen angegebenen Faktoren entsteht, ist nothwendig immer das nämliche, weil es aus den nämlichen allen entstanden ist.

Einen ganz allgemeinen Beweis zu geben, daß aus einer jeden Menge Faktoren, doch immer einerlei Faktum herauskomme, man mag sie Paarweise, oder zu dreien, oder zu vieren u. s. w. nehmen, wie man will, läßt sich hier nicht wohl thun; weil die Untersuchung nicht leicht ist; man bemerkt nur, was oben bei dreien ist gesagt worden, daß man das Faktum aus allen nur nach und nach mache, und jedesmal zu einem Faktor schon ein Faktum brauche, welches aus einigen der gegebenen Faktoren vorher gemacht ist; und so bei Bildung der einzelnen Faktums doch im Grunde immer nur zwei Faktoren angewandt werden.

IIII. Es sollen die Brüche $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{7}$ unter einerlei Nenner gebracht werden; ich will das Faktum aus den Nennern der andern Brüche, und zwar in Klammern eingeschlossen, neben einen jeden Bruch setzen, womit dessen Zähler und Nenner multiplizirt werden muß, um die Brüche verwandelt, zu einerlei Nenner zu erhalten.

$\frac{3}{7}$ (2880), $\frac{5}{9}$ (2240), $\frac{11}{16}$ (1260), $\frac{3}{4}$ (5040), $\frac{4}{7}$ (4032)

II. (7. 9) = 63 und (63. 16) = 1008 und (1008. 4) = 4032 und (4032. 5) = 20160
oder (7. 16) = 112 und (112. 9) = 1008 und (1008. 5) = 5020 und (5020. 4) = 20160
oder (4. 5) = 20 und (20. 16) = 320 und (320. 9) = 2880 und (2880. 7) = 20160
III.
IIII.

Nun werde Zähler und Nenner eines jeden Bruches mit der nebenstehenden Zahl, die das Faktum aus den Nennern der andern Brüche ist, multiplizirt, und man erhält die Brüche unter folgender Gestalt:

$$\frac{8640}{20160},\ \frac{11200}{20160},\ \frac{18900}{20160},\ \frac{15120}{20160},\ \frac{16128}{20160}.$$

Anmerk. Nach (§. 29, VI.) lassen sich nun die obigen Brüche in ihrer Größe vergleichen; so ist $\frac{15}{16}$ der größte, und $\frac{3}{7}$ der kleinste unter den obigen. Dieses ließ sich vorher, ehe sie einerlei Nenner hatten, nicht bestimmen; auch kann man nun angeben, wieviele Theile, d. h. wieviele 20:60tel der eine von ihnen mehr, als der andere hat. So ist $\frac{15}{16}$ um $\frac{7}{20160}\ \frac{2}{100}$ größer, als $\frac{3}{7}$ u. s. w.

V. Aus dem Verfahren, Brüche unter einerlei Nenner zu bringen, ergeben sich folgende zwo Hauptbemerkungen:

Erste Bemerkung. Der gemeinschaftliche Nenner ist immer das Faktum aus allen Nennern; folglich kann man bei jeder Anzahl Brüche, die unter einerlei Nenner gebracht werden sollen, sogleich den Hauptnenner durch die Multiplikation aller Nenner (nach III.) erhalten.

Zweite Bemerkung. Jeder Zähler, der, nach verwandeltem Bruche zum Hauptnenner gehört, ist auch ein Faktum, dessen einer Faktor der Zähler des angegebenen Bruches ist, der andere Faktor aber ist das Faktum aus den Nennern der übrigen Brüche (II.)

Aus diesen zwo Bemerkungen ergeben sich Mittel auf eine kürzere Methode, als die bisherige war, Brüche unter einerlei Nenner zu bringen. Denn aus der obigen ersten Bemerkung kann man bei angegebenen Brüchen sogleich den Hauptnenner finden.

Um aber den Zähler, dem der Hauptnenner gehört, für jeden Bruch zu finden, hat man nur das Faktum aus den zwei Faktoren zu machen, wie es oben in der zweiten Bemerkung angegeben ist. Zu diesem Faktum hat man nun sogleich den einen Faktor, nämlich den Zähler eines jeden angegebenen Bruches; den andern Faktor, nämlich das Faktum aus den Nennern der übrigen Brüche, müßte man nach der Vorschrift in (II.) für jeden Bruch erst machen. Dieses jedesmalige Multipliziren der Nenner der übrigen Brüche, ist eine etwas langwierige und mühesame Arbeit, die man auf die hier folgende Art abkürzen kann.

Ich will diesen zweiten Faktor (das Faktum aus den Nennern der andern Brüche) Q heißen, und zeigen, wie

Digitized by Google

man ihn durch eine einmalige Division in den Hauptnenner, den man, ohnehin gleich zu Anfange (nach der obigen ersten Bemerkung) macht, geschwinder findet.

Weil der Hauptnenner ein Faktum aller Nenner ist, so findet man Q bei jedem Bruche, wenn man mit dessen Nenner in den Hauptnenner dividirt. Dieses wird man leicht aus oben (III.) verstehen: Man kann den Hauptnenner immer ansehen, als wäre er aus zwei Faktoren entstanden, wovon der eine der Nenner eines jeden Bruches, der andere aber das Faktum der andern Nenner sey; nun werde mit dem ersten Faktor (dem Nenner des Bruches) in den Hauptnenner dividirt, so muß nach (§. 26, I.) der andere Faktor (nämlich das Q oder das Faktum aus den andern Nennern) herauskommen. Auf diese Art nun erhält man den Faktor Q geschwinder, und die Arbeit wird abgekürzt.

Nach dieser Methode soll nun das obige Exempel in (IIII.) gerechnet werden. Man stelle die Brüche untereinander; suche sogleich den Hauptnenner, und aus dem Hauptnenner jedesmal das Q nach der so eben gegebenen Vorschrift, und endlich mache man die Zähler nach der obigen zweiten Bemerkung, denen der Hauptnenner zukömmt.

Hauptnenner		Q			
20160	angegebene Brüche	$\frac{3}{7}$	- 2880 —	8640	Zähler, wie sie zum Hauptnenner gehören; sie sind entstanden, indem man jeden Zähler des angegebenen Bruches mit dem zugehörigen Q multiplizirte.
		$\frac{5}{9}$	- 2240 —	11200	
		$\frac{11}{16}$	- 1260 —	18900	
		$\frac{7}{40}$	- 5040 —	15120	
		$\frac{4}{5}$	- 4032 —	16128	

Die Addition der Brüche.

§. 37. Die Brüche, die zum Addiren angegeben werden, haben entweder einerlei Nenner, (wie, wenn $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{8}$ angegeben sind) oder sie haben verschiedene Nenner, (wie, wenn $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{9}{10}$ addirt werden sollten.) Im ersten Falle kann man die Addition, ohne weiters (nach §. 29, III.) vollziehen; im andern Falle aber werden die Brüche erst, nach der Weisung im vorigen §. unter einerlei Nenner gebracht, dann aber werden die Zähler, die zum Hauptnenner gehören, addirt, und der Hauptnenner Bruchweise unter diese Summe gesezt.

Digitized by Google

Z. B. Die obigen Brüche vom Nenner Achtel, machen zusammen $\frac{16}{8}$ oder 2 Ganze (§. 29, II.)

Wären die Brüche im lezten Exempel des vorigen §. zu addiren angegeben, so würde ihre Summe seyn $\frac{59988}{20160}$, wie man sich leicht durch Rechnung versichern kann. Aber dieser unächte Bruch enthält wieder 3 Ganze, nebst noch $\frac{9508}{20160}$ oder $\frac{2237}{5040}$, weil sich der Bruch nach (§. 35) mit 4 heben ließ.

Sollten Ganze und Brüche zum addiren vorgegeben werden, so werden zuerst die Brüche addirt, und wenn aus deren Summe Ganze herauskommen, diese alsdann zu den Ganzen gezählt. Z. B. wenn $3\frac{4}{7}$ und $8\frac{7}{12}$ und und $2\frac{1}{2}$ zu addiren sind, so sind die Brüche unter einerlei Nenner $\frac{96}{120}$, $\frac{70}{120}$, $\frac{60}{120}$ und ihre Summe ist $\frac{226}{120}$ oder $1\frac{53}{60}$, und nun dieses eine Ganze zu den obigen addirt, giebt endlich die ganze Summe $14\frac{53}{60}$.

Mehrere Exempel kann sich jeder selbst zum Rechnen aufgeben, und sie, nach der obigen Vorschrift ausrechnen.

Die Subtraktion der Brüche.

§. 38. I. Die Brüche, die von einander subtrahirt werden sollen, müssen gleichartig seyn, das fodert die Subtraktion (§. 17)., d. h. hier einerlei Nenner haben; wenn daher die zur Subtraktion angegebenen zwei Brüche keinen Gemeinnenner haben, so müssen sie (nach §. 36, I.) erst darzu gebracht werden. Alsdann aber ist es aus (§. 29, V.) begreiflich, daß man nur den Zähler des einen Bruches, den man nämlich abziehen soll, von dem Zähler des abzuziehenden wegnehmen müsse, um den Unterschied zu haben, den man bei der Subtraktion sucht. Da aber gewiß dieser Unterschied in den nämlichen Theilen besteht, worinn beide Brüche ausgedrükt sind, so ist es deutlich, daß diesem Unterschiede der Gemeinnenner untergesezt werden müsse. Z. B. Man soll von $\frac{7}{8}$ den Bruch $\frac{2}{3}$ abziehen; beide zu einerlei Nenner gebracht, sind: $\frac{21}{24}$, $\frac{16}{24}$. Nun ist 21 um 5 größer, als 16; d. h. 16 von 21 abgezogen, läßt 5 übrig; aber gewiß sind diese 5 von eben den Einheiten, wie die 21 waren, d. h. Vierundzwanzigstel; es bleiben demnach $\frac{5}{24}$ übrig, oder (wie es auch der Begriff der Snbtraktion mit sich bringt) der erste Bruch ist um $\frac{5}{24}$ größer, als der zweite.

Digitized by Google

II. Wenn ein Bruch von einer Zahl Ganzen abzuziehen ist, so wird von der Zahl Ganzen Eins genommen, und in einen Bruch vom nämlichen Nenner, wie der abzuziehende hat, verwandelt (nach §. 30, I. und III.), und dann der Abzug gemacht. Z. B. von 6 sollen $\frac{3}{4}$ abgezogen werden. Man nehme von 6 Eins, dieses giebt $\frac{4}{4}$, und ziehe die $\frac{3}{4}$ von diesen $\frac{4}{4}$ ab, so bleibt überhaupt $5\frac{1}{4}$ übrig.

III. Wenn die Subtraktion in gemischten Zahlen statt haben soll, d. i. wenn Ganze und Brüche von Ganzen und Brüchen abgezogen werden sollen, so ziehe man vorerst die Brüche ab, nachdem man sie (nach I.) vorher unter einerlei Nenner gebracht hat; und nach diesem wird die Subtraktion in den Ganzen, nach der bekannten Art (§. 17.) gemacht. Z. B. von $10\frac{3}{5}$ sollen $4\frac{1}{8}$ abgezogen werden; die Brüche sind $\frac{24}{40}$ und $\frac{5}{40}$, ihr Unterschied ist $\frac{19}{40}$, und der Unterschied der Ganzen 6; daher der völlige Unterschied $6\frac{19}{40}$.

Bei diesen Fällen kann es geschehen, daß der abzuziehende Bruch größer als der ist, von dem der Abzug gemacht werden soll; z. B. Man hat von $40\frac{5}{18}$ abzuziehen $31\frac{7}{10}$. Beide Brüche sind $\frac{50}{180}$ und $\frac{116}{180}$; offenbar ist der abzuziehende $\frac{116}{180}$ größer, als der andere, von dem er abgezogen werden soll; daher wird zum ersten Bruche ein 1 von den 40 Ganzen gesetzt, dieses 1 ist aber $\frac{180}{180}$, welches diesen ersten Bruch zu der Größe $\frac{230}{180}$ bringt, hievon den zweiten abgezogen, läßt zum Unterschiede der Brüche $\frac{114}{180}$ übrig; und nun, um die Ganzen von einander abzuziehen, bemerkt man, daß schon von den 40 ein 1 weg ist; also 31 von 39 abzuziehen sind, welches den Unterschied 7 giebt; der ganze Unterschied ist demnach $7\frac{114}{180}$ oder $7\frac{57}{90}$.

Die Multiplikation in Brüchen.

§. 39. I. Wenn ein Bruch mit einer ganzen Zahl soll multiplizirt werden, so ist die Foderung, daß der Bruch sovielmal solle zusammengesetzt werden, als die ganze Einheiten hat. Daher muß auch der Faktumbruch sovielmal größer als der multiplizirte seye, als viele Einheiten die Zahl Ganze hat; wie dieses (aus §. 19. II.)

begreiflich ist, weil hier der Bruch für den Multiplikanden, und die Zahl Ganze für den Multiplikator gilt; daher nun wird des Bruches Zähler mit der Zahl Ganzen multiplizirt, und der Nenner unter dieses Faktum gesezt. (§. 32, I.) Z. B. $\frac{5}{9}$ mit 8 multiplizirt, giebt $\frac{40}{9}$.

Wäre der Bruch eine gemischte Zahl, z. B. $3\frac{3}{8}$, so würde er erst zu einem einförmigen Bruche gemacht (nach §. 30., III.), und der ist $\frac{27}{8}$. Der Multiplikator sey 4, so ist nun der Faktumbruch $\frac{108}{8}$. In allen Fällen, wo die Multiplikation mit einem Bruche, und einer Zahl Ganzen soll gemacht werden, kann immer die Zahl Ganzen als der Multiplikator angenommen werden (§. 19, II.), und daher gilt für alle diese Fälle diese Weisung, dergleichen Multiplikationen zu machen. Wenn der Faktumbruch Ganze enthalten sollte, wie $\frac{18}{8}$, so kann man, wenn es die Rechnung fodert, solche nach (§. 29, I.) daraus ziehen; so ist $\frac{108}{8}$ soviel als $13\frac{4}{8}$ oder $13\frac{1}{2}$.

II. Weil die Multiplikation, unter der obigen Bedingniß, daß der Multiplikator eine Zahl Ganze sey, den Bruch sovielmal größer bringt, als die ganze Zahl Einheiten hat, so könnte man auch den Faktumbruch dadurch erhalten, wenn man den Nenner des Multiplikandbruches mit der Zahl Ganzen dividirte; denn durch diese Division erhält man den nämlichen sovielmal gröss sern Bruch (§. 33, VI.) Dieser Satz, so wahr er ist, kann doch nur angewandt werden, wenn der Multiplikator im Nenner ohne Rest aufgeht, (wegen §. 35, Anmerk.) So wäre im ersten Exempel das Faktum $\frac{5}{1\frac{1}{8}}$ sehr unförmlich; aber im zweiten Exempel hat man $\frac{27}{2}$, weil 4 in 8 ohne Rest 2mal enthalten ist.

III. Wenn beide Faktoren Brüche sind, so ist nur nöthig, den bestimmten Begriff von dieser Multiplikation zu haben, um die Regel zu finden, nach welcher man dergleichen Auflösungen macht.

Wenn der Multiplikator z. B. $\frac{2}{5}$ wäre, so würde gewiß die Foderung seyn, von dem Multiplikand zwei Fünftel zu nehmen, weil ja der Multiplikand so muß genommen oder zusammengesezt werden, wie es der Multiplikator durch seine Einheiten (welche hier Fünftel sind), angiebt. Auch heißt: $\frac{2}{5}$ vom Multiplikand zusammen nehmen, eben das, als: den fünften Theil des Multiplikand

tiplikand zweimal zusammensetzen. Eben so, wenn der Multiplikator selbst ein unächter Bruch, z. B. $\frac{7}{3}$ wäre, so würde gefodert, vom Multiplikand sieben Drittel zu nehmen. Dieses heißt nun wieder: den dritten Theil des Multiplikand siebenmal zusammensetzen. Wenn demnach der Multiplikator ein Bruch ist, so heißt die Foderung: Vom Multiplikand einen solchen Theil, wie es der Nenner des Multiplikators angiebt, vorerst zu finden, aber auch diesen Theil sovielmal zusammenbringen, als es der Zähler des Multiplikand angiebt. Z. B. es sey $\frac{10}{7}$ der Multiplikand, und $\frac{4}{4}$ der Multiplikator, so würde gefodert, von $\frac{10}{7}$ den vierten Theil dreimal zusammenzusetzen.

So käme es nun bei der Auflösung dieser Multiplikationsfälle zuerst darauf an, den Theil des Multiplikand zu haben, wie ihn der Multiplikator angiebt; so wäre in dem eben angegebenen Exempel zuerst der 4te Theil von $\frac{10}{7}$ zu finden, welcher dann, wenn er gefunden ist, leicht 3mal zusammengesezt werden kann.

Nun wird aber der Theil des Bruches, der nach der Aufgabe zu finden ist, (oben der 4te Theil) nach (§. 33, V.) gefunden, indem man hier

Erstlich: Des Multiplikand Nenner mit dem Nenner des Multiplikators multiplizirt, um den zuerst gefoderten Theil vom Multiplikand zu haben. Z. B. bei $\frac{10}{7}$ wird der Nenner 7 mit 4 multiplizirt, und so ist der vierte Theil $\frac{10}{28}$.

Und weil dieser Theil des Multiplikand sovielmal soll genommen werden, als es der Zähler des Multiplikators angiebt, so ist dieses nichts anders, als was oben in I. ist gewiesen worden; nämlich:

Zweitens: Der Zähler des nun gefundenen Theiles (im Exempel ist es der Zähler 10 von dem Bruche $\frac{10}{28}$, d. i. von dem vierten Theil des Multiplikand $\frac{10}{7}$) wird mit dem Zähler des Multiplikand multiplizirt, und dieses giebt alsdann den gesuchten Faktumbruch.

Die so eben gemerkten Schlüsse bei: erstlich, zweitens geben nun an, daß man bei der Multiplikation zweier Brüche einen Faktumbruch erhalte, dessen Zähler nichts anders als das Faktum aus den Zählern des Multiplikand und Multiplikators, und dessen Nenner ein Faktum aus den Nennern des Multiplikand und Multiplikators ist; und diese Bemerkun-

gen geben nun die Regel, einen Bruch mit einem Bruche zu multiplizieren; nämlich man macht ein Faktum aus den Zählern und eines aus den Nennern, und diese zwei Faktums geben den Faktumbruch. Exempel $\frac{9}{10}$ mit $\frac{7}{8}$ multiplizirt, giebt den Faktumbruch $\frac{63}{80}$.

IIII. Wären gemischte Zahlen mit einander zu multipliziren, so verwandele man solche in einzige Brüche, (§. 30, III.) und verfahre dann nach oben II. Z. B. Es sey $5\frac{3}{4}$ mit $8\frac{7}{10}$ zu multipliziren. Die einzigen Brüche beider Faktoren sind $\frac{23}{4}$ und $\frac{87}{10}$ und die Multiplikation nach II., giebt den Faktumbruch $\frac{2001}{40}$.

Von der Division der Brüche.

§. 40. Die Foderung ist hier, wie §. 23. nämlich: Untersuchen wievielmal der Divisor im Dividend enthalten sey. Man muß aber hier drei Fälle untersuchen, die bei der Division der Brüche vorkommen, um die allgemeine Rechnungsregel zu finden.

Erster Fall. Wenn der Divisor eine ganze Zahl, der Dividend aber ein Bruch ist.

Zweiter Fall. Wenn der Divisor ein Bruch, der Dividend eine ganze Zahl ist.

Dritter Fall. Wenn der Divisor und Dividend Brüche sind.

I. Wenn der Divisor eine Zahl Ganze ist, so hat die Aufgabe den Sinn: Man soll vom Dividendbruch einen sovielsten Theil finden, als der Divisor Einheiten hat. (§. 26, II. und III.) Z. B. mit 7 in $\frac{3}{4}$ dividiren, heißt von $\frac{3}{4}$ den 7ten Theil finden.

Nun ist aber der Theil eines Bruches, oder überhaupt einer Zahl, gewiß sovielmal kleiner, als diese Zahl, als der wievielste Theil er ist; folglich muß aus dem Dividendbruch ein sovielmal kleinerer Bruch werden, als der Divisor ganze Einheiten hat, und auf diese Weise wird dann aus dem Dividend der Quotient (§. 26, III.) Aber der Dividendbruch wird sovielmal kleiner, als es der Divisor angiebt, wenn des Dividend Nenner mit dem ganzen Divisor multiplizirt wird (§. 33, V.); daher wird, hier in diesem Falle, der Quotient gefunden, wenn man mit dem Divisor den Nenner des Dividend multiplizirt.

Exempel. Mit 7 in $\frac{3}{4}$ **dividirt, giebt** $\frac{3}{28}$ **zum Quotient.** Ferner: Es soll mit 10 in $3\frac{5}{8}$ dividirt werden. Hier muß der Dividend erst in einen einzigen Bruch verwandelt werden und der ist $\frac{29}{8}$, folglich ist der Quotient $\frac{29}{80}$.

II. Um die Regel zu finden, nach welcher man rechnet, wenn der Divisor ein Bruch ist, der Dividend aber eine ganze Zahl sey, müssen vorerst noch einige Untersuchungen über den Begriff vom Quotienten, wenn er als Bruch betrachtet wird, angestellt werden. In §. 31. ist erwiesen, daß jeder Quotient in der Gestalt eines Bruches könne dargestellt werden, so, daß der Dividend der Zähler, und der Divisor der Nenner dieses Quotienten sey. Es sey $\frac{25}{8}$ ein solcher Quotient, wobei 25 der Dividend und 8 der Divisor war.

Nun haben folgende Begriffe statt: Wenn man den Nenner des Bruches $\frac{25}{8}$ mit einer Zahl, z. B. 9 multiplizirte, so würde man $\frac{25}{72}$ erhalten, aber gewiß ist's, (wegen §. 33, V.) daß $\frac{25}{72}$ neunmal kleiner als $\frac{25}{8}$ sey; das heißt nun: (weil $\frac{25}{8}$ hier als ein Quotient war betrachtet worden.) **A. Wenn man den Divisor** (er war 8) **mit einer Zahl multiplizirt, und den Dividenden ungeändert läßt, so wird der Quotient sovielmal kleiner, als die Zahl Einheiten hatte, mit der man den Divisor multiplizirte.** Umgekehrt (und wegen 33, VI.) Wenn man den Nenner des Bruches, (immer den Bruch als Quotient betrachtet) mit einer Zahl dividirte, so würde der Bruch (und hier der Quotient) sovielmal größer. Oder so: **Wenn man den Divisor mit einer Zahl dividirte, und den Dividend ungeändert läßt, so wird nun der Quotient sovielmal gröſſer, als die Zahl Einheiten hatte, womit man den Divisor dividirte.** Z. B. Es sollte 3580 (der Dividend) mit 36 (als dem Divisor) dividirt worden, aber man dividirte vorher den Divisor 36 mit 9, so daß nun der Divisor 4 ist. Braucht man diesen Divisor, statt 36, so wird der Quotient 9mal größer, als wenn man 36 zum Divisor beibehalten hätte.

Nach diesen vorausgeschikten Grundsätzen kann man die Regel finden, nach welcher muß gerechnet werden, wenn der Divisor ein Bruch und der Dividend eine ganze Zahl ist.

Digitized by Google

Es soll z. B. $\frac{5}{8}$ in 9 dividirt werden; d. h. es ist die Frage, wievielmal der Divisor $\frac{5}{8}$ im Dividend 9 enthalten sey. Man stelle sich nun vor, man dividire mit 5 in 9, so hat man einen 8mal zu großen Divisor genommen, weil 5 gewiß 8mal größer, als $\frac{5}{8}$ ist. Aber mit diesem falschen Divisor die 9 dividirt, giebt einen Quotienten $\frac{9}{5}$, welcher auch falsch und zwar 8mal zu klein ist. Die Sache ist nämlich so: Wenn man 5, statt $\frac{5}{8}$ als Divisor braucht, so muß man sich vorstellen, $\frac{5}{8}$ sey vorher mit 8 multiplizirt worden, wodurch dann $\frac{5}{8}$ zu 5 geworden (§. 31, II.) Daher nach dem obigen Satze A der Quotient $\frac{9}{5}$ achtmal kleiner herauskommt, als er seyn sollte. Aber diesen fehlerhaften Quotienten kann man leicht zum wahren bringen, wenn man ihn nun 8mal größer machte; und das geschieht, wenn $\frac{9}{5}$ mit 8 multiplizirt wird, (§. 39, I.) welches dann $\frac{72}{5}$ als den wahren Quotienten giebt.

So ist nun die Regel: **In Fällen, wo der Divisor ein Bruch ist, kehre man den Divisor um, daß sein Zähler zum Nenner, und sein Nenner zum Zähler werde; dieser umgekehrte Bruch wird dann mit dem Dividend (welcher hier eine Zahl Ganze ist) multiplizirt, nach Art des (§. 39, I.)** Denn die eben angestellte Untersuchung gab an, daß 9 mit dem Nenner 8 des Divisors multiplizirt wurde, und unter dieses Faktum kam der Zähler 5 als Nenner zu stehen.

III. Wenn der Divisor und Dividend Brüche sind, so führt eine ähnliche Untersuchung wieder auf die Regel: den Divisor, wie oben umzukehren, und mit diesem umgekehrten Divisor den Dividendbruch nach der Art, wie (§. 39, III. zu Ende) zu multipliziren. Z. B. Es sey $\frac{7}{10}$ der Divisor, und $\frac{8}{15}$ der Dividend, so würde, wenn man mit 7 die Division vornähme, der Quotient seyn $\frac{8}{105}$ (genau wie oben in I.); aber weil man einen zehnmal größern Divisor hier angenommen, als man hätte annehmen sollen, denn 7 ist 10mal größer als $\frac{7}{10}$, (§. 31, II.) so ist der Quotient $\frac{8}{105}$ zehnmal kleiner als er seyn sollte (oben A.) Daher muß nun der fehlerhafte Quotient $\frac{8}{105}$ noch mit 10 multiplizirt werden, um ihn zur wahren Größe zu bringen; und so ist der wahre Quo-

Digitized by Google

tient $\frac{80}{105}$. Dieſes nun erwieſene Verfahren giebt den wahren Quotienten in einem Bruche, deſſen Zähler ein Faktum iſt aus dem Zähler des Dividend und dem Nenner des Diviſors; der Nenner des Quotient iſt ein Faktum aus dem Nenner des Dividend und dem Zähler des Diviſors. Aber wenn man mit dem umgekehrten Diviſorbruch multiplizirt, ſo erhält man auch die beiden Faktums, und zwar in der Ordnung, wie ſie als Zähler und Nenner im Quotientbruch ſtehen müſſen; daher iſt die obige Regel richtig.

Exempel. Es ſey $\frac{5}{8}$ der Diviſor und $\frac{7}{12}$ der Dividend. Hier wird der Quotient erhalten, wenn man nach (§. 39, III.) $\frac{5}{8}$ in $\frac{7}{12}$ multiplizirt, und dieſes giebt $\frac{56}{60}$ zum Quotient.

Es ſey $6\frac{2}{5}$ der Diviſor und $\frac{3}{4}$ der Dividend. Erſt werde aus $6\frac{2}{5}$ der einförmige Bruch $\frac{32}{5}$; und nun $\frac{5}{32}$ multiplizirt mit $\frac{3}{4}$, giebt $\frac{15}{128}$ zum Quotienten. Es ſey $3\frac{1}{2}$ der Diviſor und $8\frac{2}{3}$ der Dividend; beide Brüche vorher eingerichtet, ſind $\frac{7}{2}$ und $\frac{26}{3}$, und die Diviſion nach der obigen Regel gemacht, d. h. mit $\frac{2}{7}$ in $\frac{26}{3}$ multiplizirt, giebt zum Quotient $\frac{52}{21}$.

Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in eigentliche Dezimalbrüche.

§. 41. Aus §. 31 iſt es nun deutlich, daß jeder Bruch als ein Quotient könne angeſehen werden, deſſen Zähler der Dividend und deſſen Nenner der Diviſor ſey, woraus der Quotient dann gebildet wird. Z. B. $\frac{5}{9}$. Hier iſt 5 der Dividend und 9 der Diviſor, und der Quotient in der That $\frac{5}{9}$; eben ſo $\frac{36}{25}$, wobei 36 der Dividend und 25 der Diviſor iſt u. d. g. m. Jeder Zähler eines Bruches iſt wohl für ſich betrachtet, eine ganze Zahl; nun iſt aber gewiß, daß, wenn man an eine Zahl, nach dem Komma, welches wie gewöhnlich die Stelle der Einer ſchließt, noch ſoviele Nullen ſezt, als man will, ſo wird dieſe Zahl nicht geändert. Wenn daher oben $\frac{5,0000}{9}$ geſezt würde, ſo bleibt der Bruch noch immer dem $\frac{5}{9}$ gleich, weil der Zähler 5 eigentlich gar keine Veränderung erlitten hat; eben ſo $\frac{36,0000}{25}$ bleibt $\frac{36}{25}$ gleich, und ſo kann man nun völlig nach (§. 25, IX. und X.) hier

verfahren, weil ja die Brüche, wie Divisionsauflösungen sind, wobei der Zähler als Dividend, und der Nenner als Divisor vorkömmt. So nun $\frac{5}{9}$ nach (§. 25, X.) behandelt, verwandelt sich $\frac{5}{9}$/0000 in 0,5555....., wobei man die Dezimaltheile so weit suchen kann, als man will. Eben so wird aus $\frac{36}{25}$/0000.. die Zahl 1,44 genau.

Die Regel ist: Man setze an den Zähler des Bruches, nach einem Komma, soviele Nullen, als wieweit man die Dezimalstellen suchen will, und dividire mit dem Nenner in diesen so dargestellten Dividenden, so erhält man den Dezimalbruch. Man muß nur immer die Stelle der Einer bei dem Dezimalbruch richtig bezeichnen. Z. B. $\frac{1}{32}$ in einen Dezimalbruche, und zwar bis auf Hunderttausendstel gesucht, sezt man $\frac{1}{32}$/00000 und man hat 0,03125 genau richtig.

$\frac{41}{360}$ giebt 0,11388....

Anmerk. Es wäre wohl möglich, auch eine Methode anzugeben, einen jeden Dezimalbruch in einem andern Bruch, von angegebenem Nenner anzugeben, wenn nämlich der Dezimalbruch so groß ist, daß er Theile vom angegebenen Nenner enthalte; allein dergleichen Verwandlungen haben keinen Nutzen, und sind überdieß beschwerlich und weitläufig. Zudem sind ja die Dezimalbrüche verständlich genug, um zu beurtheilen, wie groß das Stük vom Ganzen sey, welches durch sie ausgedrükt wird. Z. B. 0,356. Schon aus den ersten zwo Stellen 35 (Hundertel) sieht man, daß der Bruch etwas mehr, als ein Drittel sey, und 356 (Tausendstel) sind etwas weniges kleiner als $\frac{2}{5}$.

Uiberhaupt aber sind jede andere Brüche, die nicht Dezimal sind, bei den neuen Masen unbrauchbar, weil keine andere, als die Dezimalabtheilungen bei denselben statt haben. Doch wird weiter unten (§. 62.) noch das Nöthige von solchen Verwandlungen vorgetragen.

Von der Multiplikation und Division der eigentlichen Dezimalbrüche.

§. 42. Daß die Dezimalbrüche nach ihrer eigentlichen Bedeutung nichts anders sind, als Brüche, deren Nenner ein Zehner, oder ein, mehrmal verzehnfachter Zehner sey, ist schon an verschiedenen Stellen des vorhergehenden Unterrichtes gesagt worden. Wenn man aber das in (§. 26, V.) Gesagte, mit den Begriffen in (§. 31, I.) zusammen nimmt, so ist z. B. $\frac{356}{1000}$ soviel, als 0,356, d. h. die Dezimalbrüche können gewiß, wie die gewöhnlichen Brüche geschrieben werden, nur daß

man ihnen den gehörigen Dezimalnenner gebe, weil sie im Grunde nichts anders sind; so ist 0,25 soviel als $\frac{25}{100}$ und 0,07608 soviel als $\frac{7608}{100000}$.

Daher werden nun die Multiplikationen in Dezimalbrüchen völlig nach eben den Regeln gemacht, wie sie für die Brüche überhaupt in §. 39 sind angegeben und bewiesen worden. Z. B. wenn gefodert wird, 36 mit 0,0798 zu multiplizíren, so ist dieses eben das, als wenn man 36 mit $\frac{798}{10000}$ multiplizíren sollte; und daher wird dieser Fall nach §. 39, I. aufgelößt; nämlich: 36 wird mit 798 multiplizirt, und unter dieses Faktum der Renner 10000 gesezt; der Faktumbruch ist $\frac{28404}{10000}$; aber dieser Faktumbruch als Quotient betrachtet, müßte mit dem Renner in den Zähler dividirt werden, und das giebt nach (§. 26, V.) den Bruch in 2,8404 ausgedrükt So wird es nun aus diesen Betrachtungen deutlich, daß, wenn eine ganze Zahl mit einem Dezimalbruch zu multiplizíren ist, man die Ziffern des Dezimalbruches mit der Zahl Ganzen multiplizirt, aber von diesem Faktum wieder soviele Stellen durch das Komma trennt, als ihrer im Dezimalbruch nach dem Komma waren; denn man stellt sich vor, man habe in der Multiplikation wirklich einen Bruch von einem Dezimalnenner erhalten, den man gehörig und zwar nach §. 26, V. aufgelößt hat. In (§. 39, I.) sind diese Multiplikationsfälle aus andern, aber eben so wahren Gründen, aufgelößt worden.

II. Würde gefodert, einen Dezimalbruch mit einem Dezimalbruche zu multiplizíren, so ist die Frage nach §. 39, III. aufzulösen. Z. B. 0,378 soll mit 7,8585 multiplizirt werden; da nun beide Zahlen auch unter die Bruchausdrücke $\frac{378}{1000}$ und $\frac{78585}{10000}$ gehören, so ist es nach §. 39, III. deutlich, daß auch hier Zähler mit Zähler, und Renner mit Renner multiplizirt, den Faktumbruch $\frac{2970513 0}{10000000}$ gebe; aber offenbar ist dieses 2,9705130.

III. Weil es nun gewiß ist, daß ein jeder, durchs Komma ausgedrukter Dezimalbruch angesehen werden kann, als sey er eine ganze Zahl, nur dividirt mit einer reinen Dezimalzahl, die soviele Nullen nach 1 hat, als Stellen durch's Komma abgetrennt sind, und es daher gewiß ist, daß, wenn ein solches Paar Brüche nach oben II. multiplizirt wird, der Renner eine reine Dezimalzahl von sovielen Nullen nach 1 werde, als wieviele Nullen sich in beiden Rennern befinden (§. 21.) Dieser

Dezimalnenner am Faktumbruche ist nun wieder der Divisor zu seinem Zähler, (§. 31.) daher müssen wieder soviele Stellen im Zähler durchs Komma abgetrennt werden, als Nullen in diesem Nenner des Faktumbruchs sind (§. 26, V.) Das alles heißt nun: Wenn man die Multiplikation mit den zwei Dezimal-Bruchzahlen so gemacht hat, als wenn es ein Paar ganze Zahlen wären, so werden vom Faktum soviele Stellen durchs Komma abgetrennt, als in beiden Faktoren Dezimal-Bruchstellen waren.

Exempel. Es sey 0,0037 mit 58,25 zu multipliziren, das Faktum von 37 mit 5825 ist 215525, und nun sechs Stellen abgeschnitten, giebt das wahre Faktum 0,215525. Eben so, wenn 0,00024 mit 5,06 zu multipliziren ist, so wird aus: 24 mit 506, das Faktum 12144; aber es müssen sieben Stellen nach dem Komma stehen, daher ist das wahre Faktum 0,0012144.

Anmerk. Es ist in manchen Fällen nicht nöthig, alle die Dezimalstellen zu haben, die die Multiplikation bringt. Z. B. wenn man wüßte, daß das Faktum Meter bedeute, so brauchte man in den meisten Fällen nur bis auf Hundertel (Centimeter) oder höchstens bis auf Tausendtel (Millimeter) dieses Faktum zu haben; und wenn man im Faktum mehrere Dezimalstellen erhält, als die eben genannten, so sind die weiter folgenden Stellen unnüzlich, und könnten daher vom Faktum weggestrichen werden. So würde man im Exempel (II.) unter dieser Voraussezung, daß das Produkt nur bis auf 3 Dezimalstellen brauchbar wäre, nur stehen lassen: 2,97, und in dem Exempel (III.) würde man höchstens 0,0012 oder nur 0,001 annehmen. Weil man aber fast immer in Fällen, wo wirkliche Ausrechnungen statt haben, weiß, von welchen Grundeinheiten der Dezimalbruch sey, den man als Faktum findet, und daher auch weiß, wie weit man die Dezimal-Bruchstellen nur brauchen kann, so ist man auf die Gedanken gekommen, Rechnungsregeln beim Multipliziren anzugeben, durch deren Befolgung man in jedem Falle nur soviele Dezimalstellen findet, als man braucht; man heißt dieses: Die abgekürzte Multiplikation bei Dezimalbrüchen. Die Regeln hierzu anzugeben, wäre zwar so schwer nicht, aber sie würden doch zu weit führen. Man befolge daher die obigen Regeln in II. und III., und suche das ganze Faktum, und schneide nachher soviele Stellen ab, als man es erachtet, daß man solche nicht braucht, wobei man jedoch zu beobachten pflegt, daß wenn die erste oder höchste von der abgeschnittenen über 5 ist, man der lezten von den stehengebliebenen ein 1 zusezt, sonst aber die abgeschnittenen ganz wegläßt. Z. B. Wenn das Faktum wäre 0,72583 und man wollte nur 3 Dezimalstellen beibehalten, so würden 83 weggestrichen, weil aber die höchste eine 8 ist, so sezt man 0,726 als die beibehaltenen; wäre aber 0,034468 als ein Faktum gefunden

worden, und man wollte wieder nur 3 Stellen beibehalten, so würde man 0,034 annehmen.

Die Division in Dezimalbrüchen.

§. 43. Man kann auch hier wie in (§. 40.) zwei Hauptfälle unterscheiden; nämlich:

I. Wenn der Divisor eine Zahl Ganze, der Dividend aber ein Dezimalbruch ist.

II. Wenn der Divisor ein Dezimalbruch ist, der Dividend mag denn ein eben solcher Bruch, oder eine Zahl Ganze seyn.

Der erste Fall ist hinlänglich in §. 25, IX. erläutert worden, und wird daher hier nichts weiter davon gesagt, nur bemerkt, daß man die Division jedesmal nach (§. 41) soweit fortsezt, als man Dezimal-Bruchstellen haben will; daher müßte in dem Exempel §. 25, IX. nicht der Bruch $\frac{36}{54}$ angegeben werden, sondern man sezt an den Rest 36 noch eine Nulle, und findet noch eine 6 in die Stelle der Tausendstel; man kann aber immer so die Rechnung fortsetzen, wenn man immer an den Rest eine Nulle sezt.

Wenn der Divisor ein Dezimalbruch ist, so stellt man sich nur vor, der Divisor werde in der gewöhnlichen Gestalt eines Bruches, nämlich mit seinem Dezimalnenner ausgedrukt, und so ist der Fall von dem in §. 40, II. gar nicht verschieden, wobei der Dividend eine ganze Zahl ist. Ist aber der Dividend auch ein Dezimalbruch, so werden beide Brüche nach §. 40, III. behandelt. Uiberhaupt also, wenn der Divisor ein Dezimalbruch ist, so stellt man sich denselben, mit seinem Dezimalnenner in Bruchform ausgedrükt, vor, und dann kehrt man diesen Divisorbruch um, und verfährt völlig nach §. 42, II., wenn der Dividend eine Zahl Ganze ist. Z. B. es sey 0,125 der Divisor und 75 der Dividend, so ist $\frac{75000}{125}$ der Quotient, weil 0,125 durch $\frac{125}{1000}$ ausgedrukt wurde, und derselbe umgekehrt, zum Faktor wird, mit welchem die Multiplikation gemacht werden muß, wie dieses §. 40, II. erwiesen ist.

Wäre auch der Dividend ein Dezimalbruch, und, wie gewöhnlich, mittels des Komma ausgedrükt, so stelle man sich auch den Dividend in Bruchform vor, und verfahre völlig nach §. 40, III. Z. B. Es sey 0,476 der Di-

Digitized by Google

visor, und 0,03 der Dividend, so sind beide wie $\frac{475}{1000}$ und $\frac{3}{100}$ zu betrachten, und der Quotient würde $\frac{3000}{47500}$ oder $\frac{30}{475}$ seyn, weil nämlich mit $\frac{3}{100}$ umgekehrt der Dividendbruch multiplizirt wurde.

Die Quotienten in den beiden Beispielen werden zwar in Brüchen dargestellt, wie das nach §. 31. richtig ist; aber man kann doch solchen Quotientbrüchen noch eine größere Vollendung geben; d. h. man kann, wenn sie Ganze enthalten, solche nach (§. 30, II.) finden, oder auch selbst noch nach §. 35, I. dieselbe kleinern. So ist $\frac{75000}{125}$ genau 600, und $\frac{3000}{47500}$ gekleinert, giebt $\frac{30}{475}$.

Anmerk. Die eben gezeigte Art, die Division in Dezimalbrüchen zu verrichten, kömmt so ganz mit der Division in Brüchen überein; mir schien's daher nöthig zu seyn, diese Art voraus anzuzeigen. Eine allgemeinere Anweisung, Dezimalbrüche in einander zu dividiren, wobei sich nicht nur eine Regel zur Kleinerung des Quotientbruches leicht anbringen läßt, sondern wobei man auch zeigen kann, wie jeder Quotientbruch in einem Dezimalbruch ausgedrükt werde, wird in dem nächsten §. gelehrt.

§. 44. I. Wenn man einen Dezimalbruch mit seinem Nenner multiplizirt, so verwandelt dieses den Bruch in eine ganze Zahl (völlig nach §. 31, II.)

Z. B. 0,03 mit 100 multiplizirt, giebt 3. Es ist aber der Nenner eines solchen Bruches eine solche reine Dezimalzahl, von sovielen Nullen, als Dezimalbruchstellen vorhanden sind. Z. B. in 8,0764 ist der Nenner 10000 und wenn 8,0764 mit 10000 multiplizirt wird, so erhält man 80764 in einer Zahl Ganzen.

Diese Begriffe voraus geschikt, wird man nun leicht die folgende allgemeine Anweisung begreifen, wie der Quotientbruch, der bei der Division der Dezimalbrüche herauskömmt, darzustellen sey.

II. Aus §. 31. ist es gewiß, daß der Quotient, der bei der Divisionsaufgabe statt hat, durch einen Bruch könne dargestellt werden, dessen Zähler der Dividend ist, und dessen Nenner der Divisor ist.

Man befolge diese Regel bei der Division der Dezimalbrüchen, und stelle sogleich den Quotientbruch dar, wie er seyn muß. Z. B. in dem obigen zweiten Exempel werde der Quotientbruch so dargestellt $\frac{0,03}{0,475}$.

Im ersten Exempel wäre $\frac{75}{125}$ der Bruch, welcher den Quotienten gehörig ausdrükt.

Digitized by Google

Ist diese Darstellung des Quotientbruch gemacht, so begreift man, daß dessen Zähler und Nenner mit einer reinen Dezimalzahl, d. h. mit 10, oder 100, oder 1000 u. d. g. multiplizirt, den Bruch gar nicht am Werthe änderte (§. 34, II.); und diese Multiplikationen mit solchen reinen Dezimalzahlen haben zur Absicht den Zähler und Nenner des so dargestellten Quotientbruches in ganzen Zahlen auszudrücken. Wenn man sich z. B. in $\frac{0,03}{0,47}$ den Zähler und Nenner mit 100 multiplizirt vorstellt, so wird er $\frac{3}{47,0}$; also noch nicht in völligen ganzen Zahlen, und daher müßte noch mit 10 multiplizirt werden, welches den Bruch in $\frac{30}{470}$ bringt. (Diese Veränderung gründet sich auf das oben in I. Gesagte.)

III. Die Regel, einen solchen Quotientbruch, dessen Zähler und Nenner Dezimalbruchzahlen sind, in ganzen Zahlen auszudrücken, ist folgende: **Man multiplizire des Quotientbruchs Zähler und Nenner mit einer reinen Dezimalzahl von sovielen Nullen, als wieviele Dezimalbruchstellen in den Bruchsziffern sind, welche die meisten solcher Stellen enthält.** Z. B. Es sey 0,27 der Divisor und 0,0368 der Dividend, so ist der Quotientbruch $\frac{0,0368}{0,27}$, und weil der Zähler die meisten, und zwar vier Dezimalstellen enthält, so wird hier mit 10000 multiplizirt, welches den Bruch in $\frac{368}{2700}$ verwandelt. Eben so, wenn der Quotientbruch wäre $\frac{0,0082}{0,0754}$, so würde mit 100000 multiplizirt, welches den Bruch $\frac{8200}{7540}$ verwandelt. Wenn demnach der Zähler und Nenner eines solchen Quotientbruches gleichviele Dezimalbruchstellen haben, so werden beide ohne weiters für ganze Zahlen angesehen, wenn die eine weniger hat, so werden noch soviele Nullen an sie angehängt, als wieviele Dezimalbruchstellen sie weniger habe; und so sind beide Bruchsziffern wieder ganze Zahlen.

IIII. Die Rechnungen, wo dergleichen Divisionen in Dezimalbrüchen vorkommen, fodern aber durchgehends, daß selbst der Quotient wieder in einem Dezimalbruche angegeben werde. Dieses zu machen ist nun sehr leicht, wenn man nämlich dem Quotientbruch erst die Form (in oben III.) gegeben hat, so wird alsdann genau die Weisung nach §. 41 befolgt. So ist der Dezimalbruch von $\frac{368}{2700}$ nun 0,1362...; und der Bruch $\frac{8200}{754}$ verwandelt sich

Digitized by Google

in 10,875331..., wovon man in den meisten Fällen nur 10,875 anzunehmen braucht.

Exempel: Es sey 0,76853 der Divisor und der Dividend 1 Ganzes, so hat man 1,00000 zum Dividend, und man kann nun noch, um nach (§. 41) etwa den Divisor in 5 Dezimalbruchstellen zu haben, den Dividend in 1,00000,00000 ausdrücken; der Quotient ist alsdann 1,30118, wofür man 1,30118 setzen kann, weil die folgende Stelle eine 5 gewesen wäre; indessen ist auch diese Genauigkeit kaum nöthig, da nur eigentlich die Frage ist, ob etwas weniges mehr, als ein halbes Hunderttausendstel verlohren gehen könne.

Ferner sey 0,00764 der Divisor und 2,5 der Dividend. Es fehlen hier dem Dividend 4 Stellen, daher wird er mit 250000 und der Divisor mit 764 vorkommen. Soll der Quotient noch einige Dezimalstellen, etwa noch 3 über die Ganzen erhalten, so wird der Dividend mit 250000,000 vorkommen; und nach geschehener Division wird der Quotient seyn: 327,225.

III. Abschnitt.

I. Genaueste Vergleichung der alten und neuen Mase vermittelst der Dezimalzahlen.
II. Verhältnisse und Proportionen der Zahlen.
III. Regel Detri.
IIII. Berechnung und Erklärung der Tabellen.

Vergleichungszahlen der alten und neuen Mase.

§. 45. I. In den angehängten Tabellen sind die, in der ersten Spalte, unter der Aufschrift: „Alte Mase betragen in neuen Masen" befindlichen Zahlen auf die folgende Weise gefunden worden: Man hat die alten Längenmase, sowohl den Schuh als die Elle, gegen den Meter angelegt, oder mit andern Worten: Man hat die alten Mase an den neuen abgemessen, und durch die sorgfältigste Beobachtung gefunden, wieviele Dezimaltheile des Meters auf einen Schuh, und eben so, wieviele auf die Elle gehen. Der Meter, der zu dieser Absicht gebraucht wurde, war genau bis in Tausendstel (Millimeter) abgetheilt; da aber gewöhnlich auch der angelegte Schuh oder Elle mit einem der Striche nicht genau zusammenfiel, mit welchen die Abtheilungen der Millimeter angegeben waren, so wurde das unausgemessene

Reſtchen, (§. 13, 1.) welches nichts anders als noch einige Hunderttauſendstel ſeyn konnte, nach dem Augenmaſe geſchäzt. Auf dieſe Art hat man gefunden, daß z. B. der Mainzer Werkſchuh enthielt 2915 Hunderttauſendstel vom Meter (Centimillimeter.)

Bei der Elle wurde nun zwar der eben beſchriebene Verſuch gemacht; allein die Nachrichten aus den Archiven der Gemeinden gaben an, daß die Elle 2 Fuß und einige Zoll hielt, und ſo wurde denn die Länge der Elle aus dem Fuß auch noch berechnet, daher findet man bei manchen Orten die Elle bis in Millionstel des Meters angegeben, weil die Rechnung dieſe kleinern Theile noch herausbrachte.

Die alten Gewichte wurden auf einer ſehr empfindlichen Wage mit den Gegengewichten der verzehnfachten Gramme (Kilo-, Hekto, Dekagramme) und bis auf Theile des Grammes, bis auf Milligramme abgewogen, man hatte nämlich die neuen Gewichte bis auf ſolche kleine Abtheilungen. Man nahm bald ganze alte Pfunde, bald Lothe, bald Quentchen, um den Verſuch recht genau zu machen. Aus dieſen Verſuchen ſind die Zahlen in Grammen, bis auf Hundertel, oder Tauſendstel des Grammes gefunden worden, wieviel nämlich Gramme und deſſen Theile auf das alte Pfund gehen. Auch dieſes kann eine Ausmeſſung der alten Gewichte mittelſt der neuen, heißen.

Bei den Hohlmaſen hat man ſich der Eichung und des Abwiegens bedient. Zur Eichung bediente man ſich des deſtillirten Waſſers bei Metallgefäßen, und des ungeſchälten ſehr gereinigten Hirſens; und zwar dieſes ſowohl bei Metall, als Holzgefäßen. Aber weil die Eichung nicht genau genug gemacht werden konnte, indem die alten Maſe nicht eben immer ſcharfgezeichnete Gränzſtriche hatten, bis wohin die Anfüllung reichen mußte, ſo bediente man ſich zugleich des Abwiegens. Man hatte nämlich vorher gefunden, wieviele Gramme ein Litter voll reinen Waſſers, oder von dem obigen Hirſen, wog, und wenn man denn das alte Gefäß, deſſen Inhalt man wiſſen wollte, vorher abwog, nachher aber mit Waſſer oder Hirſen ſoweit anfüllte, als es ſein Gränzſtrich angab, ſo war es leicht, das Gewicht von Waſſer oder Hirſen rein zu haben. Aus dieſem lezten Gewichte wurde dann durch Rechnung gefunden, wieviele Litter das Gefäß hielt; nämlich man dividirte mit der Zahl Gramme, die ein Litter voll Waſſer, oder Hirſen wiegt, in

die Zahl Gramme, die das eben gewogene Gefäß voll gewogen hatte. Z. B. Wenn das Wasser im Gefäße 3584,57 Gramme gewogen hatte, und man wollte wissen, wieviele Litter es enthielt, so wird mit 1000 Gramme in diese Zahl dividirt, weil ein Littervoll reines Wasser 1000 Gramme wiegt, und man hat 3,58457 Litter. Gesezt der Litter Hirse habe gewogen 938,6 Gramme, und die Hirse in einem Gefäße hätten 267576 Gramme gewogen, so wird der Litterinhalt des Gefäßes seyn 285,07 Litter.

II. So sind nun die Zahlen entstanden, die in der ersten Spalte der Tabelle stehen. Eigentlich ist der Sinn dieser Zahlen der folgende: Jedes Paar zusammengehörige, in einer Kolonne stehende Zahlen, als Schuh und Meter, Pfund und Gramm, Mas und Litter, drücken die verhältnißmäßige Größe der alten Mase in den neuen Masen, aus; und müssen, wegen dem Gebrauche, den man im Rechnen davon macht, auf die folgende Weise verstanden werden: Die Zahl, welche in Gestalt des Dezimalbruches vorkömmt, drükt aus, ob die alte Maseinheit größer, oder kleiner, als die neue sey. Wenn z. B. in der Kolonne der Schuh und Meter für eine gewisse Gemeinde steht 0,3041, so heißt dieses zwar, daß der Schuh nur 0,3041 Meter enthalte; also beiläufig $\frac{1}{3}$ Meter sey.

Allein im Rechnen wird die Sache so betrachtet: Wenn der Meter in 10000 Theile getheilt wäre, so giengen auf den Fuß deren Theile nur 3041. Eben so, wenn man in der Kolonne der Pfund und Gramme fände 477,5, so heißt daß: Wenn der Gramm in 10 Theile getheilt ist, so gehen von diesen Theilen 4775 auf das Pfund. Gesezt man fände in der Kolonne der Malter und Litter die Zahl 110,349, so heißt dieses, wenn der Litter in 1000 Theile getheilt ist, so gehen von diesen Tausendstel 110349 auf das Malter.

Aus dieser richtigen Vorstellung folgt nun, daß in der ersten Spalte die alten und neuen Mase in einerlei Einheiten, nämlich in einerlei Theilen der neuen Mase ausgedrukt sind. Aber für das größere Mas gilt die größere Zahl.

In der zweiten Spalte sind die Zahlen durch Rechnung gefunden worden. Diese Rechnung zu machen, wird weiter unten gelehrt werden; dermal soll nur gezeigt werden, wie die Zahlen zu verstehen sind, um Rechnungen

damit anzustellen. Gesezt man fände in der Kolonne, Meter zu Ellen, die Zahl 1,79636, so heißt das: Wenn die Elle in 100000 Theile getheilt ist, so gehen deren 179636 auf den Meter, woraus erhellet, daß der Meter größer als die Elle sey. Eben so, wenn man in der Kolonne für Gramm und Pfund fände 0,004274, so ist die Erklärung hiervon, daß, wenn das Pfund in 1000000 Theile getheilt würde, deren Theile nur 4274 auf den Gramm gehen, also der Gramm vielmal, und zwar so vielmal kleiner als das Pfund sey, als vielmal die Zahl 4274 kleiner als 1000000 ist.

Ferner: Wenn man in der Kolonne für Litter und Mas fände 0,48827, so heißt das: Wenn die Mas in 100000 Theile getheilt würde, so giengen deren 48827 auf den Litter; man sagt daher, die Größe der Mas und des Litters stehen gegeneinander, wie die Zahlen 100000 und 48827.

Anmerk. Man wird hoffentlich die Angabe der Zahlen in der zweiten Spalte nicht für unschiklich halten, weil es ehedem nicht üblich gewesen, die alten Mase in Dezimaltheilen abzutheilen. Die Zahlen sind ja nur Angaben, wie sich diese Mase in der Größe zu einander verhalten. Wenn man das Alter von ein Paar Menschen so ausdrükte: das Alter des einen verhält sich zu dem Alter des andern, wie 77 zu 60, so begreift man, daß nicht eben nothwendig der eine 77 und der andere 60 Jahre alt seyn müsse; in der That, wenn man des ersten sein Alter in 25 $\frac{2}{3}$ Jahren, und des andern seines in 20 Jahren angäbe, so würden eben diese Vergleichungszahlen statt haben, und man würde doch nicht einwenden, daß die Zahlen unschiklich seyen, weil es nicht üblich wäre, das Jahr in Drittel zu theilen, indem man gewöhnlich nach Jahren, Monaten und Tagen zu zählen pflegte; denn auch hier giebt die Rechnung die Drittel an, wie in der zweiten Spalte die Dezimaltheile der alten Mase. Es kömmt darauf an, diese Rechnung verstehen zu lernen, und dieses ist's, was in dem folgenden Kapitel geschehen soll.

Verhältnisse und Proportionen.

§. 46. I. Zwo Zahlen gegen einander vergleichen, und durch eine dritte Zahl bestimmt angeben, um wieviel, oder wievielmal die eine Zahl größer als die andere sey, heißt: die Verhältnisse dieser zwo Zahlen angeben. Daß aber die zwo Zahlen von einerley Art Einheit seyn müssen, die zu einer solchen Vergleichung kommen, ist begreiflich, weil ohne diese Einerleiheit keine solche Vergleichung statt haben könnte. Alle Zahlen,

deren Einheit unbenannt ist, d. h., die nur Mengen von unbestimmter Einheit enthalten, sind wohl gewiß für gleichartig anzusehen; daher giebt jedes Paar unbenannter Zahlen eine Verhältniß. **Um wieviel** eine Zahl größer als die andere sey, heißt: wie viele Einheiten die eine Zahl mehr habe, als die andere; dieses zu finden lehrt die Subtraktion. Man hat diesem Verhältniß den Namen **arithmetische Verhältniß** gegeben, weil man blos dabey die Einheiten der kleinen Zahl von denen der größern abzieht, oder abzählt, um den Unterschied zu haben, den man bey der Vergleichung selbst suchte. **Wievielmal** eine Zahl größer als die andere sey, findet man durch die Division (§. 26, I.) Da aber dieser Untersuchung, die mittels des Dividirens gemacht wird, eben so was vorgeht, wie, wenn der Dividend durch den Divisor ausgemessen wird, so hat man diese Verhältniß die **geometrische Verhältniß** genannt. Nämlich die Wissenschaft, die die Regeln zu allem Ausmessen angiebt, heißt: Geometrie, woher denn der obige Name geborgt ist. In der That, auch **der Divisor ist hier wie der Maßstab, und der Dividend wie die auszumessende Sache.** Diese Verhältniß soll weiter unten noch näher untersucht werden, weil sie bey den Ausrechnungen, die in der Regel Detri vorkommen, überall zum Grunde liegt.

II. Wenn man sich erinnert, was (§. 17) bey der Subtraktion, und (§. 24, II.) bey der Division gesagt wurde, so wird man hier ohne Weiteres einsehen, daß die zwo Zahlen, die in ein Verhältniß kommen, ganz von einerley Einheiten seyn müssen.

Beyspiele von arithmetischen Verhältnissen.

§. 47. I. Man hat 37846 Centimes, oder 378 Franks 46 Centimes ausgegeben, und man hatte eingenommen 28075 Centimes, oder 280 Franks 75 Centimes, und man will hier genau wissen, um wieviel die Ausgabe größer als die Einnahme sey, so hat die arithmetische Vergleichung statt. Die Rechnung giebt, um 9771 Cent., oder 97 Franks 71 Centimes. Eben so, wenn die Einnahme und Ausgabe in andern Geldsorten angegeben wäre, als: die Einnahme bestehe in 750 Gulden 18 Kreuzern und 2 Pfennigen; die Ausgabe in 580 Gulden 45 Kreuzern und 3 Pfennigen. Wieviel die Einnahme die Ausgabe übersteigt, wird gefunden, wenn diese von jener subtrahirt wird. Die Rechnung wird so gemacht:

750 fl.

Digitized by Google

750 fl. — 18 kr. — 2 pf.
580 - — 45 - — 3 -
169 fl. — 32 kr. — 3 pf.

Man fängt die Rechnung an den Pfennigen an, und weil man 3 von 2 nicht abziehen kann, so wird von den 18 kr. ein 1 geborgt, dieses macht in der Stelle der Pfennige 4, daher nun 3 von 6 abgezogen, läßt 3 übrig; ferner 45 kr. von 17 kr. abzuziehen geht nicht anders an, bis man zu 17 kr. einen Gulden von den 750 fl. geborgt hat, dieser Gulden nun macht aber 60 kr., also genau 6 Zehner, daher wird die Zahl 17 nun zu 77 kr., wovon 45 abgezogen 32 übrig läßt. Endlich 580 von 749 (denn ein Gulden war von 750 abgeborgt) läßt 169 fl. übrig; daher ist der ganze Uiberschuß der Einnahme gegen die Ausgabe 169 fl. 32 kr. 3 pf.

Aehnliche Fälle sind: wenn man Schuld und Vermögen gegen einander abgleichen will, und die Subtraktion wird überhaupt angewandt in Fällen, wo Abrechnungen von Leistungen und Gegenleistungen (Liquidation), wo Zahlungen und Schuldigkeiten statt haben, bey welchen Fällen man wissen will, um wieviel die eine Foderung größer oder kleiner als die andere sey; jedoch müssen die Zahlen, womit man die Rechnung macht, sich auf einerley Einheiten beziehen.

§. 48. Der Quotient, welcher bei dem geometrischen Verhältniß statt hat, (§. 46.) heißt der Angeber; die zwo Zahlen, die zum Verhältnisse kommen, heißen die Glieder der Verhältniß. Es seyen die Zahlen 9 und 27 in geometrisch Verhältniß, so ist der Angeber 3, wenn 9 der Divisor ist; und $\frac{3}{9}$ oder $\frac{1}{3}$, wenn 27 der Divisor ist. Die ganze Zahl 3 giebt nun gewiß an, daß die kleine Zahl (der zuerst gebrauchte Divisor nämlich) 3mal kleiner, als der Dividend sey; der Angeber $\frac{1}{3}$ giebt an, daß nur ein dritter Theil des Divisors im Dividend enthalten sey (§. 24, IIII.) Dieses lezte heißt: Der Divisor ist 3mal größer, als der Dividend; denn, wenn ein dritter Theil des Divisors den Dividend ausmacht (und dieses erklärt $\frac{1}{3}$), so ist gewiß, daß der Divisor dreimal größer, als der Dividend sey, so erklärt nun der Verhältnißangeber in beiden Fällen, er mag ein wahrer Bruch, oder eine ganze Zahl seyn, (d. h. man mag das kleine, oder das große Glied zum Divisor annehmen), das vielmalige Größerseyn des einen Gliedes gegen das andere, gleich gut. Und da man in der geometr. Verhältniß nur allein wissen will, wievielmal das eine Glied

größer als das andere sey, so ist es einerlei, ob man das große, oder das kleine Glied zum Divisor brauche.

Das eben Gesagte ist wahr, wenn im ersten Falle der Quotient eine reine ganze Zahl, und daher im andern Falle ein Bruch ist, dessen Zähler 1, und der Nenner die gedachte ganze Zahl ist; allein wenn der Bruch eine gemischte Zahl ist, so scheint die Erklärung nicht so deutlich zu seyn. Z. B. Die Glieder der Verhältniß seyen 4 und 11. Hier würde zuerst der Quotient $2\frac{3}{4}$ seyn, dieses könnte man nun so aussprechen: Die große Zahl ist 2mal und $\frac{3}{4}$mal größer als die kleine, und obschon $\frac{3}{4}$mal größerseyn nicht eben sehr bestimmt ausgesprochen ist, so heißt dieses doch soviel, wenn die große Zahl noch um ein Viertel der kleinen größer wäre, so würde sie die kleine 3mal ganz enthalten. Umgekehrt würde man sagen, daß die kleine Zahl 2mal und noch um 3 Viertel von ihr kleiner sey, als die große. In der That, wenn 11 zum Divisor genommen wird, so ist der Quotient $\frac{4}{11}$, welcher angiebt, daß die kleine Zahl 4, zweimal und noch um 3 Viertel von ihr kleiner als 11 sey; denn 1 Viertel von 4 ist wohl 1, und 3 Viertel machten die 3, welche zu 2mal 4 gesezt, die 11 erst ausmachten.

Diese Untersuchung ist nur gemacht worden, um zu zeigen, daß es bei einer geometrischen Verhältniß einerlei sey, ob das große oder kleine Glied der Verhältniß zum Divisor gebraucht werde. Indessen müssen noch einige Untersuchungen über die Natur der geometrischen Verhältniß vorausgehen, die es möglich machen, etwas Bestimmtes hier anzunehmen.

§. 49. I. Man ist übereingekommen, die geometrische Verhältniß zwoer Zahlen auf diese Weise zu bezeichnen 9:27; ferner 11:4; und in dieser Stellung heißt das Glied rechter Hand, das zweite; das linker Hand, das erste. Es sey in der Folge allemal das zweite Glied der Divisor; denn nach dem vorigen §. ist es einerlei, welches Glied zum Divisor gebraucht wird, daher ist man berechtigt, diese Bestimmung des Divisors anzunehmen. Wenn nun das erste Glied das größere ist, so heißt die Verhältniß: Vom größern (Gliede) im Gegentheile: Vom kleinern. Diese Bemerkung ist wesentlich.

II. Unter der Voraussetzung in I. ist es schon wegen (§. 25, I.) gewiß, daß in jeder Verhältniß das erste

Glied ein Faktum sey, wovon das zweite Glied der eine Faktor, und der Angeber der andere Faktor ist.

III. Da der Angeber als Quotient und Bruch aus den beiden Gliedern, und zwar so dargestellt werden kann, daß das zweite Verhältnißglied den Nenner und das erste Glied den Zähler zu einem Bruche angiebt (§. 31.), so folgt wegen (§. 35, II.), daß, wenn beide Glieder einer Verhältniß mit einer Zahl multiplizirt, oder dividirt werden, die Verhältniß ungeändert bleibe, weil man bei dieser Veränderung der Verhältnißglieder als gewiß behaupten muß, daß noch eben das nämliche vielmalige Größerseyn des einen Gliedes zum andern bestehe, wie vorhin, da die Glieder diese Veränderung noch nicht erhalten hatten. Wenn aber zwischen ein Paar Glieder eben der Angeber, wie zwischen ein Paar andern Gliedern statt hat, so muß man sagen: Die erste Verhältniß ist eben die, wie die andere; oder kürzer: Man sagt: zwei Verhältnisse von einerlei Angeber sind gleich; so ist, wenn man 9:27 jedes Glied mit 10 multiplizirte, die neue Verhältniß 90:270, der ersten gleich. Man drükt die Gleichheit zweier Verhältnisse mit = aus, und dieses Zeichen heißt: ist gleich; so wäre 9:27 = 90:270, und wird gelesen: Die Verhältniß 9:27 ist gleich der Verhältniß 90:270. Eben so ist 1:0,34 = 100:34; Ferner 0,00537:1 = 537:100000, weil die ersten Verhältnisse mit den gehörigen Dezimalzahlen multiplizirt, die zweitere Verhältnisse, und zwar nun in ganzen Zahlen, geben.

IIII. Da aber eine Verhältniß auch nicht verändert wird, wenn man dessen zwei Glieder mit einer Zahl dividirt, so wird deutlich, daß man wieder die Verhältnisse mannigfaltig ausdrücken kann. So ist auch 9:27 = 1:3. Dieser allgemein wahre Satz bringt aber doch nur dann Rechnungsvortheile, wenn solche Division ohne Rest zu geben, geschehen kann.

§. 50. Zwei gleiche Verhältnisse, d. h. zwei Verhältnisse von einerlei Angeber, machen eine **Proportion**. Dieses einzige Wort **Proportion** drükt aus: Gleichheit zweier Verhältnisse; d. h. solcher zwei Verhältnisse, bei deren jedem der nämliche Angeber statt hat; daher folgt nun, daß in einer Proportion nicht nur vier Zahlen vorkommen, sondern daß auch diese Zahlen von einer solchen Größe seyn müssen, daß die zweite in die erste, und die vierte in die dritte dividirt, den nämlichen

Quotienten geben. Hieraus wird nun wieder begriffen, daß, wenn das erste Glied größer oder kleiner, als das zweite sey, auch eben so das dritte größer oder kleiner, als das vierte seyn müsse; und diese nothwendige Eigenschaft der vier Glieder pflegt man so auszudrücken: Das erste Glied verhält sich zum zweiten, wie das dritte zum vierten; auch drükt sich die obige Eigenschaft der vier Glieder so aus: Wievielmal das erste Glied grösser oder kleiner, als das zweite ist; eben sovielmal ist auch das dritte Glied größer oder kleiner, als das vierte. Demnach ist es klar, daß, wenn auch 4 Zahlen in einer gewissen Stellung zu einander eine Proportion geben, man sie doch nicht nach Willkühr aus ihren Stellen versetzen könne, ohne die Proportion zu stören. Z. B. 7 : 21 = 18 : 54 bleibt keine Proportion mehr, wenn man sezte 21 : 7 = 18 : 54. Allein es können doch einige Glieder in der Proportion ihre Stellen verwechseln, ohne daß die Proportion gestört wird, d. h. ohne daß die zwei Verhältnisse ungleiche Angeber erhalten; oder: ohne daß das eben in Worten ausgedrükte Gesetze der vier Glieder nicht mehr vorhanden sey. Unter welchen Umständen aber die Versetzungen der Glieder statt habe, daß doch immer noch eine Proportion bleibe; dieses soll nun untersucht werden.

§. 51. Man vergleicht niemal zwo Proportionen mit einander, wobei man etwa untersuchen wollte, ob bei der einen der Angeber größer oder kleiner, als bei der andern sey. Haben die vier Glieder die wahre Eigenschaft einer Proportion, (d. h. haben zwei gleiche Verhältnisse statt) so ist die Proportion richtig; und eine andere Proportion, bei der auch diese Eigenschaft statt hat, ist für sich wieder eine Proportion.

Das erste und vierte Glied heißen die äussern, das zweite und dritte Glied aber die mittlern Glieder einer Proportion.

I. Das zweite und dritte Glied können ihre Stellen verwechseln, und doch bleibt noch eine Proportion; z. B. wenn 7 : 21 = 18 : 54, so ist auch 7 : 18 = 21 : 54. Diese lezte Proportion heißt in Ansehung der ersten: Das erste Glied verhält sich auch zum dritten, wie das zweite zum vierten Gliede.

Um den Grund von diesem Satze einzusehen, muß man annehmen, daß das zweite und vierte Glied für

sich in eine Verhältniß können gesezt werden, weil es Zahlen ohne benannte Einheit, und folglich gleichartige sind (§. 46, I.) Nun ist das erste Glied ein Faktum vom zweiten und dem Angeber (§. 49, II.), aus eben dem Grunde ist das dritte Glied ein Faktum vom vierten Gliede und dem Angeber; weil aber der Angeber in beiden Verhältnissen einerlei ist, (§. 50.) so geben das erste und dritte Glied (als die Fakta) eine gleiche Verhältniß mit der, vom dritten und vierten Gliede (§. 49, III.) Mit einem Worte: Das zweite und vierte Glied machen eine Verhältniß, und aus dieser Verhältniß wird die des ersten und dritten Gliedes, indem das zweite und vierte Glied mit einer Zahl (dem Angeber) multiplizirt worden, und so nach §. 49, III. diese leztgenannte Verhältniß der erstgenannten gleich ist.

Sezte man die erste Verhältniß einer Proportion zulezt, so, daß die zweite Verhältniß die erste werde, so wird es wohl keinen Beweis brauchen; daß durch solch eine Versetzung der Verhältnisse, die Proportion noch eben die nämliche bleibe, oder: wenn $7:21=18:54$, so ist gewiß $18:54=7:21$. Aber diese Versetzung giebt der Proportion eine Gestalt, die man unter dem folgenden Ausdrucke angiebt:

II. **Die äussern und mittlern Glieder können ihre Stellen verwechseln, so, daß die äussern mittlere, und diese äussere Glieder werden, und doch bleibt die Proportion ungestört.**

Weil ferner in $18:54=7:21$, das erste zum dritten Gliede, wie das zweite zum vierten Gliede sich verhält, (oben I.) so ist $18:7=54:21$; und nun wieder hier die erste Verhältniß zur zweiten gemacht, giebt $54:21=18:7$. Vergleicht man diese mit der ursprünglichen Proportion, so heißt das:

III. **Das erste und vierte Glied können ihre Stellen verwechseln, ohne daß die Proportion gestört wird.**

Wenn in einer Proportion das erste Glied kleiner als das zweite ist, und folglich das dritte eben sovielmal kleiner als das vierte ist; so würde man doch auch sagen: Das zweite Glied ist sovielmal größer als das erste, als vielmal das vierte Glied größer als das dritte ist; mit einem Worte:

IIII. **Wenn eine Proportion als solche richtig ist, so bleibt sie noch, wenn man auch die Glieder der**

Digitized by Google

ersten und der zweiten Verhältniß umkehrt; denn dieses Umkehren sagt nichts anders, als: weil das erste und dritte Glied gleichvielmal kleiner als das zweite und vierte sind, so sind auch das zweite und vierte sovielmal größer — oder: weil das erste und dritte Glied gleichvielmal größer als das zweite und vierte sind, so sind auch das zweite und vierte sovielmal kleiner.

Indessen kann man auch den Saz IIII. so beweisen: Wenn z. B. 7:21 = 18:54; so ist auch nach (III.) 54:21 = 18:7; oder 21:7 = 54:18.

Anmerk. Vom Saz I. wird viele Anwendung künftig gemacht werden; die Sätze II, III. und IIII. sollen nur zeigen, welche Versetzungen der Glieder statt haben könne, ohne daß die Proportion gestört werde. Aber jede andere Versetzung der Glieder als die, welche in diesen vier Sätzen bemerkt ist, zerstört die Proportion, so, daß dann die Glieder in einer solchen Unordnung keine Proportion mehr geben. Dieses erläutert, was §. 50. am Ende gesagt ist.

§. 52. I. Da nun so eben gezeigt ist, wie aus den zwei Verhältnissen, in welchen ursprünglich eine Proportion angegeben wird, andere, aber doch gleiche Verhältnisse können gebildet werden, so kann nun die Anwendung des Satzes (§. 49, III.) bei den Gliedern einer Proportion unter den hier folgenden vier Regeln gemacht werden, wobei gewiß ist, daß die Proportion keine Störung leide.

1tens das erste und zweite Glied
2tens das dritte und vierte Glied
3tens das erste und dritte Glied
4tens das zweite und vierte Glied

} mit der nämlichen einen Zahl multiplizirt oder dividirt, ändert die Verhältniß dieser zwei Glieder nicht; und folglich wird die Proportion nicht gestört.

Begreiflich stehet nämlich jedes Paar Glieder, wie sie in jeder diesen vier Regeln nebeneinander stehen in einer Verhältniß; aber man wird leicht einsehen, daß nicht ein einziges Glied zugleich mit zwei Gliedern in Verhältniß genommen werden könne. Z. B. Das erste Glied steht mit dem zweiten in Verhältniß; und das erste steht auch mit dem dritten Gliede in Verhältniß; aber das erste Glied kann nicht zugleich mit dem zweiten und dritten in Verhältniß genommen werden, weil zwi-

Digitized by Google

schen drei Zahlen nicht eine einzige Vergleichung statt haben kann; nur zwischen zwo Zahlen hat eine Verhältniß statt. Man würde daher sehr irren, wenn man z. B. das erste und das zweite und das dritte Glied zugleich mit einer Zahl multiplizirte oder dividirte, und nun doch glaubte, die Proportion blieb noch ungestört.

II. Anwendungen der obigen Regeln:

a) Wenn entweder eines der zwei Glieder, die im Verhältniß stehen, ein Bruch ist, oder wenn beide Brüche sind, so läßt sich die Verhältniß in ganzen Zahlen ausdrücken. Ein Exempel wäre: $5 : 3\frac{7}{9}$ oder $5 : \frac{34}{9}$. Man multiplizire beide Glieder mit 9, so wird daraus 45 : 34; denn beim Bruche fällt auf diese Art der Nenner weg (§. 31, II.) Ferner sey $8\frac{2}{3} : 20\frac{2}{3}$ eine Verhältniß, welche nach (§. 30, IIII.) auch so ausgedrukt wird $\frac{26}{3} : \frac{102}{3}$. Man multiplizire wechselweise einen jeden Zähler mit des andern Gliedes Nenner, so wird daraus 130 : 306. Denn die $\frac{26}{3}$ mit 5 multiplizirt, giebt $\frac{130}{3}$ nach (§. 39, I.), und beim zweiten Gliede fällt nun der Nenner 5 weg (§. 30, III.); wird nun eben so das zweite Glied mit dem Nenner 3 des ersten Gliedes multiplizirt, so wird aus ihm die Zahl 306, und der Nenner 3, fällt beim ersten Gliede auch weg (§. 30, III.)

Eben so, wenn die Verhältniß 1 : 0,3767 angegeben wäre, so werden beide Glieder mit 10000 multiplizirt, und man hat 10000 : 3764 in ganzen Zahlen. Hieher gehört, wenn eine Verhältniß in zwei Brüchen vorkömmt, wovon aber nur der eine ein Dezimalbruch ist. Z. B. $\frac{5}{8} : 2{,}046$; werden beide Glieder mit 8 multiplizirt, so erhält man 5 : 16,368; und nun mit 1000 beide multiplizirt, giebt die Verhältniß in 5000 : 16368; im Grunde ist dieses wieder nichts anders, als die wechselseitige Multiplikation mit den Nennern 8 und 1000, weil 2,046 die Zahl Ganze 2064 mit dem Nenner 1000, darstellt (§. 43, III.)

b) Wenn die zwei Glieder einer Verhältniß einen gemeinschaftlichen Divisor haben, so hat man im Rechnen Vortheile, wenn man sie mit diesem gemeinschaftlichen Divisor dividirt, dadurch erhält man nämlich die Verhältniß in kleinern Zahlen, womit man leichter, als mit großen Zahlen rechnet. Z. B. Es sey 168 : 952, die zwei Glieder mit 8 dividirt, giebt sie 21 : 119, und nun noch einmal mit 7 dividirt, giebt die Verhältniß in 3 : 17; d. i.

den kleinsten ganzen Zahlen. Haben die zwei Glieder keinen gemeinschaftlichen Divisor, so könnte man zwar beide Glieder mit einer willkührlichen Zahl dividiren; allein nun würde entweder ein Glied, oder beide sich in Brüchen darstellen, welches das Rechnen ungemächlich macht; z. B. 19:36, giebt zwar $1\frac{1}{8}:2$; aber der Ausdruk ist fürs Rechnen mit der Verhältniß nicht schiklich.

c) Hieher gehört, daß man jede Verhältniß in eine andere ihr gleiche verwandeln kann, wovon ein Glied 1 ist. Z. B. 3:17, giebt $1:\frac{17}{3}$; auch $\frac{3}{17}:1$.

d) Eine jede Proportion läßt sich in zwei Paar ganz gleichen Zahlen ausdrücken. Denn eine jede Verhältniß läßt sich ausdrücken, daß das zweite Glied 1 ist (oben c); nun aber ist immer das zweite Glied der Divisor in das erste Glied, (§. 49, I.) daher müssen die ersten Glieder völlig gleiche Zahlen seyn, weil in ihnen die Einheit (nämlich hier das zweite Glied) gleichvielmal enthalten seyn muß; und es gewiß ist, daß die Einheit nur gleichvielmal in ganz gleichen Zahlen enthalten seyn kann. Wenn daher ist $7:21 = 18:54$, so ist auch $\frac{7}{21}:1 = \frac{18}{54}:1$, oder die Brüche gehörig gehoben (§. 35, I.) $\frac{1}{3}:1 = \frac{1}{3}:1$.

Wenn daher die erste Verhältniß einer Proportion durch 100:317 ausgedrükt ist, so muß die zweite Verhältniß doch in ein Paar Zahlen angegeben werden, die genau eben die Verhältniß 100:317 ausmachen.

§. 53. Wenn man mehrere Proportionen hat, und man multiplizirt alle gleichstelligen Glieder miteinander; d. h. alle ersten, alle zweiten, alle dritten, und alle vierten Glieder, so entsteht eine richtige Proportion aus allen diesen Faktums, in der nämlichen Ordnung genommen, wie die Glieder standen, von denen sie gemacht wurden. Z. B. Wenn man hat

I. $7:21 = 18:54$
II. $40:5 = 88:11$
III. $3:4 = 60:80$

so verhält sich das Faktum aus 7mal 40mal 3: zu dem, aus 21mal 5mal 4 = wie 18mal 88mal 60: zu 54mal 11mal 80; oder wenn man diese Faktums wirklich macht, so hat man $840:420 = 95040:47520$.

Der Grund von diesem Verfahren wird so eingesehen. Die Proportion I. kann angesehen werden, als bestände sie aus zwei Paaren, aber völlig gleichen Zahlen, (§. 52, d) und dieses ist auch wahr von der Proportion II. Dieses

heißt: Das erste und dritte Glied, eben so das zweite und vierte Glied sind in der Proportion I. einerlei; auch so sind die eben genannten Glieder einerlei in der Proportion II. Wenn nun aus den zwei erstern Gliedern der beiden Proportionen, (nämlich aus 7 und 40) dann aus den zwei zweiten Gliedern (21 und 5) zwei Fakta gemacht werden, so haben diese Fakta gewiß eine Verhältniß zu einander, die durch den Angeber von 280 : 105 bestimmt ist.

Werden nun aus den zwei dritten Gliedern und aus den zwei vierten Gliedern der beiden Proportionen auch die Fakta gemacht, so ist die Vorstellung richtig, als habe man aus den nämlichen Faktoren dieses lezte Paar Fakta gemacht, aus welchen man das erste Paar, nämlich in den beiden ersten Verhältnissen machte, folglich sind auch dieses lezte Paar Fakta eben die nämlichen, daher ist nun nichts gewisser, als daß ein Paar Fakta (wie oben 280 und 105) eben die Verhältniß, wie noch ein Paar, ihnen gleiche Fakta, haben.

Ich will die Proportion, welche so aus I. und II. entstanden ist, die Proportion F nennen. Werden nun die gleichstelligen Glieder der Proportion F und die der Proportion III. mit einander, und zwar eben so, wie in I. und II. geschahe, multiplizirt, so entsteht aus den nämlichen Gründen wieder eine richtige Proportion die G heißen mag; und wenn nun eine Proportion IIII. vorhanden wäre, und von dieser und G wieder die gleichstelligen Glieder zusammen multiplizirt würden, so entstünde wieder eine richtige Proportion H. Man sieht leicht, daß sich dieses Gesetze auf jede Anzahl von Proportionen ausdehnen lasse.

§. 54. Wenn man das erste und vierte Glied einer Proportion zusammen multiplizirt, so ist das erhaltene Faktum eben so groß, als das wird, welches aus der Multiplikation des zweiten und dritten Gliedes entsteht. In der That: das Faktum aus dem ersten und vierten Gliede entsteht völlig aus den nämlichen Faktoren, wie das aus dem zweiten und dritten Gliede; denn das erste und dritte Glied sind einerlei Zahlen, eben so, das zweite und vierte, (§. 52, d) und so müssen die beiden Fakta gleich seyn wegen §. 19, IIII.

Anwendungen dieses Satzes.

Wenn ein Glied in der Proportion fehlt, die andern drei aber angegeben sind, so läßt sich dieses fehlende Glied auf die folgende Weise finden:

Digitized by Google

I. Wenn das vierte Glied fehlt, so wird das zweite und dritte zusammen multiplizirt, und in dieses Faktum mit dem ersten Gliede dividirt, der so erhaltene Quotient ist das vierte Glied. Denn das Faktum vom zweiten und dritten Gliede ist anzusehen, als wäre es aus dem ersten und vierten Gliede entstanden (wegen oben, weil beide Fakta gleich sind); daher hat man das Faktum zweier Zahlen und den einen Faktor davon, und die eben genannte Division muß den andern Faktor geben. (§. 26, I.) Z. B. man hat $5:24=8:x$, (wo x die Zahl bedeutet, welche in das folgende Glied kommen muß.) Hier wird nun x aus 24mal 8 oder 192 mit 5 dividirt, gefunden, d. h. x ist $\frac{192}{5}$ oder $38\frac{2}{5}$, und die Proportion steht $5:24=8:38\frac{2}{5}$.

II. Wenn das dritte Glied fehlt, so wird das erste und vierte multiplizirt, und das erhaltene Faktum mit dem zweiten Gliede dividirt. Der Grund hievon ist wieder wie oben. Es fehlt nämlich ein mittleres Glied, aber man hat das Faktum der beiden mittlern (denn das Faktum der äussern Glieder ist eben das, wie der mittlern) und daher mit dem einen mittlern (dem zweiten) dividirt, muß das andere geben (§. 26, I.)

Z. B. $5:24=x:38\frac{2}{5}$,
d. h. $5:24=x:\frac{192}{5}$,

und weil $\frac{192}{5}$ mit dem ersten Gliede 5 multiplizirt, die 192 giebt, (§. 31, II.) so wird noch 192 als das Faktum des ersten und vierten Gliedes mit 24 dividirt; der Quotient ist 8.

III. Wenn das zweite Glied fehlte, so wird wieder das erste und vierte zusammen multiplizirt, und dieß Faktum mit dem dritten dividirt; der Grund ist ganz wie der in II.

IIII. Wenn das erste Glied fehlte, so werden die zwei mittlern zusammen multiplizirt, und dieses Faktum mit dem vierten Gliede dividirt, giebt das erste. Der Grund ist in I. angegeben. Z. B. $x:24=8:\frac{192}{5}$. Um in ganzen Zahlen zu rechnen, kann man hier das dritte und vierte Glied mit 5 multipliziren, (§. 52, II., a) und man hat $x:24::40:192$ und 24mal 40, oder 960 mit 192 dividirt, giebt 5; wie es auch seyn muß.

Digitized by Google

§. 55. Wenn man folgende Proportionen hätte

$$7 : 9 = 12 : x$$
$$4 : 3 = x : y$$
$$100 : 57 = y : z$$

und man multiplizirte nach §. 53 die gleichstelligen Glieder zusammen, so sieht man deutlich, daß in das dritte und vierte Glied das Faktum von x und y komme, und daher in der zusammengesezten Proportion dieses Faktum wegbleiben kann, (nach (§. 52, II. a) denn ich will wirklich statt x und y die Zahlen einsetzen, nämlich

$$7 : 9 = 12 : \tfrac{108}{7}$$
$$4 : 3 = \tfrac{108}{7} : \tfrac{324}{28}$$
$$100 : 57 = \tfrac{324}{28} : z$$

so sieht man, daß hier bei der Zusammensetzung (nach §. 53) die zweite Verhältniß werde aus 12mal $\frac{108}{7}$mal $\frac{324}{28}$: $\frac{108}{7}$mal $\frac{324}{28}$mal z; aber die Glieder dieser Verhältniß können jedes mit den zwei Brüchen, welche in den beiden Glieder einerlei sind, dividirt, oder gehoben werden, und so wird die Verhältniß wie 12 : z seyn. Die zusammengesezte Proportion ist: 2800 : 1539 = 12 : z, woraus sich nach (§. 54, I.) das z finden läßt.

Die Regel Detri.

§. 56. Rechnungen, wobei man eine Zahl finden soll, welche mit andern angegebenen Zahlen genau in der Verbindung steht, wie die Zahlen in der geometrischen Proportion verbunden sind, solche Rechnungen machen, heißt man: **Die Regel Detri anwenden.**

Wenn der Preis für eine gewisse Menge von Waaren bekannt ist, und man fragt nach dem Preise einer andern, größern, oder kleinern Menge von der nämlichen Waare, so begreift man sogleich, daß, wievielmal die eine Menge (ich will sie die erste Menge heißen) größer oder kleiner als die zweite Menge ist, eben sovielmal ist der Preis für die erste Menge größer oder kleiner, als der Preis für die zweite Menge. Z. B. Wenn man $5\frac{1}{2}$ Gulden für 110,35 Litter einer gewissen Frucht bezahlt hat, und man fragt, wieviel 380 Litter gelten, so ist gewiß, daß wievielmal 110,35 kleiner als 380 sind, eben sovielmal ist $5\frac{1}{2}$ fl. kleiner, als der Preis (in fl. versteht sich) für 380. Diese Eigenschaft der eben genannten Zahlen ist aber die nämliche, welche die Zahlen in einer geometrischen Proportion haben (§. 50.)

Digitized by Google

Die Verzehrungen, oder Aufwände, die in einer gewissen Zeit statt haben, werden sich verhalten, wie die Zeiten, wenn sich nämlich der Aufwand nicht anders vermehrt oder vermindert, als wie die Zeit bald länger, bald kürzer ist; eben so wird es seyn, wenn sich der Aufwand ganz allein nach der Menge der Mannschaft richtet. Eben so werden sich die Arbeiten verhalten, die zwar von der nämlichen Zahl Arbeiter, aber in verschiedenen Zeiträumen gemacht werden. Die unten folgenden Exempel werden dieses immer mehr erläutern.

Wenn aber die Größe einer Zahl nicht von einer einzigen Verhältniß abhängt, so wird die Auflösung nach den Regeln der zusammengesezten Proportion gemacht, und diese Rechnungen sind dann etwas verwickelter. Z. B. Wenn die Frage wäre, man solle finden, wieviele Arbeiter zu 25 Stück Arbeit erfodert würden, wenn diese Arbeiter 9 Tage arbeiten, und man wüßte, daß 12 Arbeiter in 16 Tagen 7 Stücke machten, so ist hier schon begreiflich, daß die Zahl Arbeiter nicht allein aus der Verhältniß der Stücke Arbeit, (25 und 7) sondern auch aus der Verhältniß der Zeit (der 9 und 16 Tagen) durch Rechnung müsse gefunden werden.

Zuerst nun soll die Regel angegeben werden, wie die einfachen Fälle, nämlich diejenigen sollen berechnet werden, wobei die Zahl, die man sucht, von einer einfachen Verhältniß abhängt, wie dergleichen oben mehrere Beispiele genannt sind.

§. 57. I. In der Regel Detri wird durch Rechnung eine Zahl gesucht; von dieser Zahl wird, wie in allen Rechnungen, worinn die Zahlen von benannten Einheiten sind, auch schon im Voraus dieser Name ihrer Einheiten angegeben, und man berechnet nur die Größe der gesuchten Zahl. Z. B. Wenn der Preis für 0,6 Meter $\frac{5}{8}$ Gulden ist, so fragt sich, wieviele Meter man für 15 Gulden kauft? Hier wird die Zahl Meter gesucht, von der man den Namen ihrer Einheit schon angegeben hat, und von der man auch weiß, daß sie sich eben so zu den 0,6 Meter verhalten müsse, wie sich ihr zugehöriger Preis (die 15 fl.) zu dem Preise $\frac{5}{8}$ verhält, der den 0,6 Meter zugehört.

II. So ist es nun klar von den vier Zahlen, die in der einfachen Regel Detri vorkommen, (wobei hier die unbekannte mitgezählt ist) daß jedes Paar Zahlen, die

einerlei Namen haben, eine Verhältniß ausmachen; und daher hat man zwei solcher Verhältnisse bei jeder Aufgabe angegeben, nur in einer fehlt eine Zahl, die man durch Rechnung sucht.

III. Die ganze Kunst, solche Rechnungen sicher zu führen, besteht darinn, daß die angegebenen Zahlen richtig geordnet werden. Hierzu werden nun folgende Vorschriften dienen:

1) Da, wie in (§. 56) erwiesen ist, die Regel Detri nichts anders als eine geometrische Proportion ist, in welcher nur ein Glied fehlt, (oben II.) so werde immer die Anordnung der drei in Zahlen angegebenen Glieder so gemacht, daß das fehlende Glied das vierte oder lezte in der Proportion werde.

2) Offenbar wird nun die Zahl zum dritten Gliede genommen, welche eben den Namen führt, welchen das lezte durch Rechnung noch zu findende Glied hat; weil das lezte Paar Glieder eine Verhältniß machen, und daher gleichartig seyn müssen (§. 46, II.) So würde im obigen Exempel 0,6 Meter das dritte Glied, und die gesuchte Zahl Meter das vierte werden. Dieses heißt nun: **Die lezte Verhältniß wird zuerst geordnet.**

3) Die zwo andern Zahlen, die auch noch von einerlei Einheit oder von einerlei Namen sind, machen nun die erste Verhältniß; allein die Hauptfrage ist, welche von ihnen zum ersten, und welche zum zweiten Gliede genommen werden müsse.

Eine sehr leichte Bemerkung giebt die Regel zu dieser Anordnung des ersten und zweiten Gliedes an; nämlich: Man weiß aus den Umständen sogleich zu entscheiden, ob das vierte, zufindende Glied größer, oder kleiner als sein gleichbenanntes dritte sey. Z. B. im obigen Exempel begreift man sogleich, daß für 15 fl. eine größere Zahl Meter gekauft werde, als für $\frac{5}{8}$ fl. Ist nun die Ungleichheit des dritten und vierten Gliedes, nach dem so eben bemerkten Gründen erkannt, (und niemal fällt es schwer, dieses sogleich zu erkennen), so werden die zwei ersten Glieder nach eben dieser Ungleichheit geordnet, d. h. ist das dritte Glied kleiner als das vierte, so muß auch das erste Glied kleiner als das zweite seyn, (§. 50) und umgekehrt, ist das dritte Glied größer als das vierte, so muß das erste größer als das zweite seyn.

IIII. Um die Stellung der Glieder besser zu übersehen, soll jede Anordnung eines Detri-Ansatzes eben so ge-

Digitized by Google

macht werden, wie die Glieder einer Proportion ſtehen, (§. 49, III.) und ſtatt der Zahl, die ins vierte Glied gehört, und die bei der Anordnung der Sätze freilich noch unbekannt iſt, werde ein x geſetzt, ſo würde nun das obige Exempel ſo geordnet ſtehen:

fl. fl. Met. Met.
$\frac{5}{8} : 15 = 0{,}6 : x$

V. Die Rechnung, um das vierte Glied zu finden, wird völlig nach (§. 54, I.) gemacht. Um aber, wie das im obigen Exempel der Fall iſt, die Brüche aus den Sätzen vorher wegzuſchaffen, und ſo die Rechnung in ganzen Zahlen zu verrichten, darf man nur den Nenner an dem Bruche wegthun, und mit demſelben den Satz multipliziren, der mit dem Bruche in Verhältniß iſt. Z. B. oben ſetze man ſtatt $\frac{5}{8}$:15 ſo 5:15.8, wo der Punkt bedeutet, 15 ſoll mit 8 multiplizirt werden; eben ſo werde der dritte Satz oder die 0,6 zu 6 Ganzen, wobei aber nun der erſte Satz, der auch mit dieſem dritten in Verhältniß iſt (§. 52, I, 3) mit 10 muß multiplizirt werden. Alles dieſes gründet ſich auf das Geſagte in (§. 52, II. a); daher ſtehen nun die Glieder des obigen Exempels ſo: 5.10:15.8=6:x, oder wenn man die Multiplikation wirklich macht: 50:120=6:x.

VI. Nach der in (V.) erfolgten Verwandlung der Bruchſätze (wenn nämlich ſolche in einem Exempel vorkommen) werden nun die verhältnißmäſigen Sätze gehoben, wenn ſich nämlich in ihnen gemeinſchaftliche Faktoren finden (völlig nach §. 52, II. b.) Daher nun iſt es dienlich, die Multiplikation der Sätze nur anzuzeigen, (wie oben in V.) weil es leicht geſchehen kann, daß nach geſchehener Verwandlung, ſich einige ſolche Faktoren aufheben laſſen. Dieſer Fall zeigt ſich beim erſten und zweiten Gliede, wo 5 und 15, beide mit 5 können dividirt werden. Nach dieſer Kleinerung hat man endlich 10:24=6:x.

VII. Die Rechnung, um die geſuchte vierte Zahl zu finden, geſchieht nun völlig nach §. 54, I. und iſt hier 6mal 24 oder 144, dividirt mit 10, welches giebt 14,4; das heißt nun im Exempel: für 15 fl. kauft man 14,4 Meter oder 14 Ganze und 4 Dezimeter, nach dem verhältnißmäſigen Preis, daß 0,6 Meter für $\frac{5}{8}$ fl. gekauft werden.

Digitized by Google

Erste Anmerk. Um die Rechnungen in den unten folgenden Exempeln leichter übersehen und lesen zu können, wird die Anordnung der Sätze, zuerst nach IIII. gemacht werden, und wenn Brüche vorkommen, so wird der Ansatz des Exempels noch einmal, aber mit der Bemerkung in V. gemacht. Kann der Rechnungsvortheil in VI. angebracht werden, so werden die im zweiten Ansatz gekleinerten Zahlen durchstrichen, und unmittelbar unter diesen ausgestrichenen Ziffer werden die kleinern stehen, welche zur Ausrechnung nach VII. gebraucht werden.

Wenn der Kornpreis $8\frac{2}{5}$ fl. fürs Malter ist, so kostet der Laib Brod $13\frac{1}{2}$ Kreuzer, wieviel (Kreuzer) wird der Laib kosten, wenn der Kornpreis $7\frac{1}{3}$ fl. ist?

Vor allen Dingen müssen erst hier, wie bei allen solchen Fällen die gemischten Zahlen nach (§. 30, III.) in einförmige Brüche verwandelt werden, und nach dieser geschehenen Verwandlung, stehen die Sätze in der ersten Anordnung, wie folgt; und zwar, deßwegen die große Zahl des Fruchtpreises im ersten Gliede, weil das 4te Glied (die gesuchte Zahl Kreuzer) kleiner als $13\frac{1}{2}$ seyn muß.

Erste Anordnung. $\frac{42}{5} : \frac{22}{3} = \frac{27}{2} : x$

Zweite Anordnung. $42.2.3 : 22.5 = 27 : x$

14 11 ø

3

und man hat 3mal 5mal 11, oder 165 mit 14 zu dividiren, welches die gesuchte Kreuzerzahl in $11\frac{11}{14}$ giebt.

Zweite Anmerkung. Wenn die Anordnung der Sätze nach den obigen Vorschriften gemacht ist, so können folgende Zweifel gegen die Auflösung oder gegen die Ausrechnung der Regel Detri eingewandt werden.

1) Weil die Verhältniß zwoer Zahlen fodert, daß sie gleichartig seyn müssen (§. 46, I.), so scheint es niemal richtig zu seyn, das erste und dritte Glied eines Detri-Ansatzes in Verhältniß setzen zu können, weil in jedem Ansatze diese zwei Glieder ungleichartige Zahlen sind, und diese Verhältniß des ersten und dritten Gliedes nur wahr ist, wenn die Zahlen ohne Benennung (unbenannte Zahlen) sind, worauf sich der Satz §. 51, I. gründet.

2) Weil auch bei der Auflösung das zweite und dritte Glied zusammen multiplizirt werden, diese Glieder aber nicht nur verschiedene Namen haben, sondern auch beide

benannte sind, so würde man gar keinen Begriff von diesem Faktum haben können. Denn wer begreift, ob das ein Faktum geben kann, wenn man z. B. 6 Meter mit 24 fl. multiplizirte, wobei, wenn man ja nach den Regeln der Multiplikation das Faktum beurtheilen wollte, man etwa so sagen müßte 24 Gulden 6 Meter-mal genommen, oder 6 Meter 24 Guldenmale genommen, geben — einen Unsinn, weil es sich schlechterdings aus den sobenannten Faktoren nicht erklären läßt, was für eine Eigenschaft das Faktum haben könne, ja selbst, ob auch unter dieser Benennung ein Faktum möglich sey. Die nämliche Unbegreiflichkeit tritt wieder ein, wenn man mit dem ersten Gliede das Faktum aus den mittlern Gliedern dividirt, wo das erste wieder einen ganz andern Namen hat, als das vierte, welches doch in dieser Division herauskommen soll, und wovon man nach den Regeln der Division wieder nicht begreift, was für einen Namen man diesem Quotient beilegen soll; denn (nach dem §. 23, II.) müssen Divisor und Dividend gleichartig seyn, wobei denn allemal der Quotient unbenannt ist, oder wenn man nach (§. 26, III.) annähme, der Quotient sey der sovielste Theil des Dividend, als der Divisor Einheiten hat, so müßte wieder der Divisor als eine ganz unbekannte Zahl angesehen werden; mit einem Worte: die Schwierigkeiten sind hier noch größer, als oben in (1).

Nicht nur um die obigen Zweifel zu heben, sondern um auch die Berechnungen der Vergleichstabellen der neuen Mase und Gewichte auf ganze sichere Gründe zu führen, und vorzüglich die sogenannte Kettenregel, wovon am Ende noch einiges vorkommen soll, auf einfache Gründe zurükzuführen, muß noch auseinander gesezt werden, daß, nach der Anordnung der Sätze, bei welcher man freilich auf deren Benennung Rükſicht haben muß, die Zahlen, die nun zur Rechnung kommen, wie ganz unbenannte Zahlen angesehen werden können, und müssen.

Alle Berechnungen, die in der Regel Detri vorkommen, beruhen auf Verhältnissen; und da ist nichts gewisser, als daß man annehmen müsse, daß sich die benannten Sätze in ihrer Größe zu einander verhalten, wie die unbenannten Zahlen, durch welche man ihre verhältnißmäßige Größe ausdrükt. Z. B. 10 fl. und 24 fl.; diese zwo Geldsummen verhalten sich gewiß wie die unbenannten Zahlen 10 und 24, d. h. die eine Summe 10 fl. ist sovielmal kleiner, als die Summe 24 fl., wievielmal die

Zahl

Zahl 10 kleiner als 24 ist. Ferner: Wenn man hat 70 Tage und 350 Tage, so sagt man mit völliger Uiberzeugung: Diese Zeiten verhalten sich wie die unbenannten Zahlen 70 uud 350; und die erste Zeit ist um deßwillen nur $\frac{1}{5}$ der andern, weil 70 auch $\frac{1}{5}$ von 350 ist.

Diese Begriffe sind zwar für sich schon deutlich genug wenn man nicht vergißt, daß hier alles auf Verhältnissen beruht; allein die Sache kann, durch die folgenden Betrachtungen, noch mehr erläutert werden.

An sich sind die unbenannten Zahlen wie allgemeine Masstäbe anzusehen, durch welche man die Größe der Sachen ausdrükt, oder begreiflich macht. Die Größe einer einzigen Sache wird zwar nur durch eine Zahl vorgestellt, bei welcher aber die Einheit bestimmt wird; und diese Einheit ist dann der Masstab, und die Zahl giebt an, wievielmal die benannte Einheit in der Sache enthalten ist. Z. B. Wer die Schwere des Gewichtes von einer gewissen Sache durch 2530 Gramme, oder durch 5 alte Pfund und 12 Loth angiebt, der sagt, daß der Gramm in der gewogenen Sache 2530mal, oder auch: daß das Pfund 5mal und noch das Loth 12mal, darin enthalten sey. Man könnte nun gewiß so sagen: Die Schwere der Sache, verhält sich zu der, des Grammes, wie 2530 zu 1, oder auch (nach dem alten Gewichte wie $5\frac{12}{32}$ Pfund zu 1. D. h. Die beiden Schweren verhalten sich wie die gedachten unbenannten Zahlen. Dieses hat seine Richtigkeit.

Gesezt nun, man habe zwo Sachen mittels des Grammes oder Pfundes gewogen, wo es sich dann ergeben habe, daß die eine Sache 701 Gramme, die andere aber 2824 Gramme, und man wollte ihre Schwere mit einander vergleichen, so würde man gewiß sagen: Die leichtere, verhält sich zu der schwerern Sache, wie sich die ungenannten Zahlen 70, zu 2824 zu einander verhalten, und woraus erhellet, daß die schwerere Sache 4mal schwerer sey, oder (welches eben das ist) die schwerere Sache enthält die leichtere 4mal. So wird es nun begreiflich, daß die zwei benannten Dinge, welche in eine Verhältniß kommen, sich genau gegeneinander vergleichen, oder schätzen lassen, wie ein Paar unbenannte Zahlen, wodurch man die Verhältniß ihrer Größe ausdrükt. Erwägt man dieses noch genauer, wozu denn die obige zwo Verhältnißzahlen 701 und 2824 als Beispiel dienen, so wird wieder begreiflich, daß etwa die kleinere Zahl zum Masstabe diene, um die

Bayerische Staatsbibliothek München
Digitized by Google

größere auszumessen, indem man ja in der Verhältniß angiebt, wievielmal etwa die kleinere Zahl in der größern enthalten sey; Das heißt nun wieder: Bei der Vergleichung zweier Dinge, um zu erfahren, wievielmal das eine größer als das andere sey, braucht man die Dinge selbst nicht, oder (welches doch bei der geometrischen Verhältniß der Fall ist) (§. 46, I.) man mißt die zwo Sachen, für deren Größe man Zahlen hat, nicht selbst gegeneinander, sondern man verrichtet diese Ausmessung, mittels der zwo Zahlen, wovon die eine (der Divisor) der Massstab ist; und wievielmal die eine dieser Zahlen die andere in der Größe übertrift, eben sovielmal übertrift die wirkliche Größe des einen Dinges, die, des andern.

Daher nun, wenn die Zahlen in der Regel Detri einmal geordnet sind, so wird die Ausrechnung in unbenannten Zahlen gemacht, und dann gelten alle Sätze, die bei der Untersuchung von Verhältnissen, und Proportionen erwiesen sind, auch bei der Regel Detri, indem auch diese Rechnung in unbenannten Zahlen gemacht wird. Ja selbst die gefundene Zahl in der Regel Detri ist nichts anders, als eine unbekannte, wodurch ihre Größe zu der 3ten Zahl angegeben wird. Und wenn die 3te Zahl eine gewisse Menge benannter Einheiten enthält, so enthält nun die vierte eben diese Einheiten sovielmal, als sie selbst groß ist. Auf diese Art fallen nun die obigen Zweifel von selbst weg. Aber diese Betrachtungen sind auch wichtig, um das Gesagte in §. 45, II. vollständiger zu verstehen, und die weiter unten folgenden Rechnungen zu Verfertigung der Tabellen, mit völliger Einsicht machen zu können.

§. 58. Hieher gehören zunächst die Rechnungen der Verwandlungen größerer Wertheinheiten in kleinere; nur müssen beide Werthe zu der nämlichen Gattung von Dingen gehören; z. B. beide Geldsorten, oder beide Zeiten, oder beide Gewichte u. s. w. seyn. Als: wenn man verlangte, eine gewisse Zahl Gulden in Kreuzer, oder Pfennige; — eine gewisse Zahl Jahre in Tage, oder Stunden, oder Minuten u. s. w.; — eine gewisse Zahl Schuhe in Zolle, oder in Metertheile zu verwandeln. Die eben genannten Verwandlungen kommen gewöhnlich unter der Benennung vor: **Größere Wertheinheiten in kleinere von der nämlichen Gattung zu verwandeln.** Der umgekehrte Fall wäre: **Kleinere Wertheinheiten in größere, von der nämlichen Gattung verwandeln.**

Digitized by Google

Z. B. Kreuzer in Gulden, Pfennige in Kreuzer, Lothe in Pfunde u. d. g.

I. Um die Regeln zu diesen Verwandlungen desto leichter zu finden, muß man sich erinnern, daß bei der ersten Verwandlung eine eben sovielmal größere Zahl gesucht werde, als vielmal die Zahl der kleinern Einheiten, welche eine Einheit der größern ausmacht, dieses Eins der größern übertrift. Wenn z. B. gefragt würde, wieviele Kreuzer 18 Gulden ausmachten, so würde nach einer leichten Uiberlegung geantwortet werden, daß wievielmal die Kreuzerzahl 60 die 1 (eines Gulden) übertrift, eben sovielmal muß die Kreuzerzahl von 18 fl. diese Zahl 18 übertreffen; d. h. hier 60mal größer seyn, als 18. Daher schon begreift man, daß alle diese Fälle durch Multiplikation aufgelößt werden, wobei die zu verwandelnde Zahl der höhern Wertheinheiten ein Faktor; und der andere Faktor die Zahl der kleinern Wertheinheiten ist. Doch läßt sich diese Rechnungsregel viel leichter durch Hilfe eines Detri-Ansatzes zeigen. Man fragt nämlich: Wenn 1 fl. 60 kr. ausmacht, wieviele Kreuzer werden 18 fl. machen; und der Ansatz wäre 1 : 18 = 60 : x; wobei man nun deutlich sieht, daß das Faktum von 60mal 18, nur mit 1 dividirt, dasselbe nicht ändert.

Im Exempel der ersten Anmerk. §. 57. gab die Rechnung $\frac{11}{14}$ Kreuzer; es fragt sich, wieviele Pfennige dieser Bruch macht. Man wird leicht begreifen, daß man setzen müsse:

Kr. Kr. Pfen.
1 : $\frac{11}{14}$ = 4 : x

und den Bruch mit 4 multiplizirt, giebt $\frac{44}{14}$, oder $3\frac{2}{7}$ Pfennig. Wieviele Stunden machen 365 Tage? Man hat

Tag Tage Stunde
1 : 365 = 24 : x,

woher 24mal 365 oder 8760 die gesuchte Zahl in Stunden ist. Wieviele Lothe machen $\frac{3}{7}$ ℔? Man sezt

℔ ℔ Lothe
1 : $\frac{3}{7}$ = 32 : x

und man erhält 32mal $\frac{3}{7}$ oder $\frac{96}{7}$ Lothe, welches 19 $\frac{5}{7}$ Loth giebt; das $\frac{5}{7}$ Loth macht noch $\frac{4}{7}$ Quentchen; oder $\frac{16}{7}$, d. i. $3\frac{1}{7}$ Pfenniggewicht.

II. Umgekehrt: Kleinere Wertheinheiten in größere zu verwandeln, wird nach einer eben so leichten Rechnungs-

regel, mittels der Regel Detri, gefunden, wobei man nur wieder, wie oben, wiſſen muß, wieviele Einheiten der kleinern Werthart auf ein Eins der höhern gehen, oder, (welches eben das iſt) wievielmal die Zahl der kleinern Wertheinheiten, die ein höheres Eins ausmachen, gröſſer ſey. Z. B. Man will wiſſen, wieviele Gulden 580 Kreuzer enthalten. Eigentlich fragt man, wievielmal die Zahl 60 in 580 enthalten ſey, und der Quotient würde die Zahl Gulden angeben; allein der folgende Detri-Anſatz

Kr. Kr. fl.
60 : 580 = 1 : x

giebt die nämliche Antwort. Ferner: Wieviele Gulden machen $\frac{7}{8}$ Kr. Man ſezt 60 : $\frac{7}{8}$ = 1 x, und nach (§. 40, I.) mit 60 in $\frac{7}{8}$ dividirt, giebt $\frac{7}{480}$ eines Gulden. Es werde gefragt, wieviele Laubthaler 780 fl. enthalten? Bekanntlich enthält 1 Laubthaler 2 $\frac{3}{4}$ oder $\frac{11}{4}$ fl., daher ſezt man

fl. fl. Laubt.
$\frac{11}{4}$: 780 = 1 : x

und nach (§. 40, II.) dividirt, giebt 283 $\frac{7}{11}$ Laubthaler. Wollte man dieſen Bruch in altem franzöſiſchem Gelde, nämlich in Sols und Deniers ausdrücken, ſo würde das nach oben I. gerechnet, wobei man nur zu wiſſen braucht, daß 120 Sols einen Laubthaler, und 12 Deniers einen Sols machen; demnach iſt

Laubt. Laubt. Sols
1 : $\frac{7}{11}$ = 120 : x

oder die Zahl x iſt 76 $\frac{4}{11}$ Sols; und dieſer Bruch in Sols, giebt 12mal $\frac{4}{11}$ Deniers, oder 4 $\frac{4}{11}$ Deniers.

Anmerk. Aehnliche Verwandlungen der neuen Maſe und Gewichte können faſt ohne alle Rechnung gemacht werden, wie das an ſehr vielen Orten dieſes Unterrichtes iſt gezeigt worden; und wo hier zum Uiberfluſſe die leichten Veränderungen nur noch einmal erzählt zu werden brauchen.

Wenn man höhere neue Masarten in kleinere verwandeln will, ſo braucht man nur die zehnfachen Stuffen zu kennen, wie ſie (§. 12.) genannt ſind, und für jede ſolche Stuffe bis mit zu der, in die man verwandeln will, eine Nulle an die gegebene Zahl ſetzen. Z. B. Man fragt, wieviele Dekalitter die 54 Kilolitter machen. Man ſezt zwo Nullen an 54, ſo iſt 5400 die Zahl der Dekalitter. Man würde bei der erſten Nulle (der nächſten an der 4) ſprechen: 0 Hektolitter, und bei der folgenden: 0 Dekalitter, ſo, daß es nun 5 Tauſend 4 Hundert Dekalitter ausmacht. Hätte man die 54 Kilolitter in einfache Litter verwandeln

ſollen, ſo iſt es eben ſo begreiflich, daß ſie die Zahl 54000 Litter gegeben hätten.

Wieviele Dezimeter machen 3 Hektometer? Antwort: 3000 Dezimeter, welches man ſonſt gewöhnlicher mit 300,0 Meter bezeichnet; hier aber 3000 ſtehen muß, weil nach einer Zahl Dezimeter gefragt wurde.

Wieviele Hektogramme machen 18 Myriagramme? Antwort: 1800 Hektogramme. Wäre die Frage geweſen, wieviele einfache Gramme die 18 Myriagramme machten, ſo iſt die Antwort: 180000 Gramme.

Umgekehrt: Kleinere Maſe in größere anzugeben, werden ſoviele Stellen von der angegebenen Zahl der kleinern Maſe durch ein Komma getrennt, als von der kleinern bis zu der größern, die man angeben will, Stufen oder Stellen ſind; wobei die kleinere Stelle als die erſte gezählt, die höhere aber nicht mitgezählt wird. Z. B. Wieviele Kilolitter machen 346 Litter? Antwort: 0,346 Kilolitter, alſo nicht einen Kilolitter, denn von der Stelle der einfachen Litter bis zu der, der Kilolitter ſind 3 Stellen; (ſiehe §. 12.) Wieviele Myriagramme machen 768 Gramme? Antwort: 0,0768 Myriagramme. Wäre gefragt worden, wieviele Hektogramme ſie machten, ſo ware die Antwort mit 7,68 Hektogramme geweſen. Dieſe Zahl müßte man ſo leſen: 7 ganze, 6 zehntel und 8 hundertel Hektogramme. Ferner: Wieviele Kilometer machen 3784,36 Meter? Antwort: 3,78436 Kilometer. Dieſe Zahl wird geleſen: 3 Ganze, 7 Zehntel, 8 Hundertel, 4 Tauſendſtel, 3 Zehntauſendſtel und 6 Hunderttauſendſtel Kilometer, oder auch 3 Ganze, nebſt 78436 Hunderttauſendſtel Kilometer.

Anmerk. Die eben gezeigten Verwandlungen der niedrigern Dezimal-Maseinheiten in höhere, wobei die höhern angegeben ſind, müſſen nach den hier oben gegebenen Regeln gemacht, und die Zahlen richtig geleſen werden. Man wird hoffentlich dabei nicht irre werden, als werde hier eine ganz neue Art, das Komma zu ſetzen gewieſen, da doch ſonſt nur dieſes Komma die Grenze angab, wo die Ganzen aufhören und die eigentliche Dezimaltheile anfangen. Man wird ſich noch an das Dezimalgeſetze der Zahlen §. 6. erinnern, und ſo iſt die obige Leſeart richtig. Wer fragt, wieviele Hektometer die 75 Meter machen, der kann keine andere Antwort erhalten, als 0,75, d. h. 0 ganze Hektometer, nebſt noch 7 Zehntel und 5 Hundertel des Hektometers. Erinnert man ſich nun, daß 7 Zehntel des Hektometers eigentlich 7 Dekameter, und 5 Hundertel des Hektometers 5 einfache Meter ſind, dann wird alles ohne weitere Erklärung deutlich. Eben ſo: Wieviele Kilolitter machen 4,8 Litter. Die Antwort iſt 0,0048 Kilolitter u. ſ. w.

Digitized by Google

§. 59. Exempel von der einfachen Regel Detri.

I. Wenn 3,6 Meter Tuch kosten 40,8 Franks, wieviele Franks werden 0,55 Meter kosten? Nach einer kleinen Uiberlegung wird man urtheilen, daß der gesuchte Preis für 0,55 Meter kleiner als 40,8 Franks seyn wird; daher hat man 3,6 : 0,55 = 40,8 : x, und das Faktum aus 0,55 mit 40,8 ist (nach §. 42, III.) 22,440; dieses mit 3,6 (nach §. 43, III.) dividirt, giebt den Quotienten in der Gestalt $\frac{22+40}{360}$ Franks; weil aber der Frank in Dezimaltheile unterabgetheilt wird, nämlich in Dezimes und Centimes, (d. i. Zehntelfranks und Hundertelfranks) so muß der Bruch (nach §. 45, IIII.) in Dezimaltheilen angegeben werden, und die Rechnung giebt 6,23 Franks, d. i. 6 Franks und 23 Centimes.

Anmerk. Wenn in den Sätzen, wie im nächstvorigen Exempel, Dezimalbrüche vorkommen, so wird es schicklicher seyn, solche in ganzen Zahlen auszudrücken. Hierbei befolgt man die Weisung in (§. 49, III.)

So würde das obige erste und zweite Glied in 360 : 55, und hernach das erste und dritte in 3600 : 408 ausgedrükt werden, so, daß der Satz stehe; 3600 : 55 = 408 : x, wobei denn für den vierten Satz sogleich der Dezimalbruch berechnet wird, weil, wie oben gesagt, die Einheiten des vierten Satzes nur nach Dezimaltheilen, und zwar nur bis auf Centimes unterabgetheilt sind.

II. Wenn 1016,787 Litter Wein im Ankaufe samt andern Kösten an den Preis 1128,48 Franks kommen, so fragt sich, wie hoch würde der Preis für 1,6947 Litter seyn? (*) Nach den Bemerkungen im vorigen Exempel wird der Ansatz seyn: 1016787000 : 16947 = 112848 : x, der erste und dritte Satz lassen sich mit 8 kleinern. Die gesuchte Zahl ist 1,88 Franks, obschon die Rechnung noch einen Bruch von etwa 8 Zehntausendstel Franks giebt, der aber hier, wie alle andere Brüche in Franks, die nicht wenigstens 0,006 sind, für nichts geachtet wird.

III. Man hat für 106 Pfund (alt Gewicht) den Preis zu 18 fl. 36 Kr. gemacht; es fragt sich, wie wird der Preis für 274 ℔ 24 Loth seyn?

Der Ansatz wäre: 106 ℔ : 274 ℔ und 24 Loth = 18 fl. 36 Kr. : x. Man könnte nun den ersten und zweiten Satz in Lothen ausdrücken, weil diese zwei Sätze

* Die Zahlen in Litter kommen mit dem Stück und der Mainzer Maß überein.

Digitized by Google

von gleichartigen Einheiten seyn müssen; eben so den dritten Satz ganz in Kreuzern, woher alsdann der vierte Satz in Kreuzern gefunden würde. Allein diese Verwandlungen machen die Rechnung sehr weitläufig; daher drükt man lieber jeden Satz, der in größern und kleinern Wertheinheiten angegeben wird, durch einen gemischten Bruch aus, und verfährt dann (nach §. 52, II., a.) So ist oben 24 Loth eben das wie $\frac{24}{32}$ oder $\frac{3}{4}$ ℔ und 36 Kreuzer ist $\frac{36}{60}$ oder $\frac{6}{10}$ fl.; daher wird nun der obige Ansatz so seyn:

$$106 : 274\frac{3}{4} = 18{,}6 : x$$
$$106 . 4 . 10 : 1099 = 186 : x$$

Die gesuchte Zahl ist $48\frac{147}{2120}$ fl., und den Bruch (nach §. 51, I.) in Kreuzer und Pfennige verwandelt, giebt 12 Kr. $2\frac{32}{53}$ Pfennig.

Anmerk. Wenn, wie in dem nächsten Exempel, die Sätze aus gemischten höhern und geringern Einheiten bestehen, so kürzt man in den meisten Fällen die Rechnung dadurch etwas ab, wenn man die kleinern Einheiten in Brüchen der höhern angiebt; allein es ist vielleicht für manchen Rechner deutlicher, die größern Einheiten in kleinere zu verwandeln, und dazu giebt der Vortrag (§. 58, I.) hinlänglichen Unterricht, und man mag sich immerhin dieser Art bedienen; denn eines muß geschehen; nämlich die kleinern Einheiten müssen entweder mittels der gehörigen Bruchausdrücke in größere, oder diese durch Multiplikation in kleinere verwandelt werden. Das obige Exempel in dieser lezten Verwandlung steht so: 3392 Loth : 8792 Loth = 1116 Kr. : x. Die Zahl x giebt sich in $2892\frac{2208}{3392}$ Kr., welche in der Verwandlung die obige Zahl in Kreuzer und Pfennigen giebt.

IIII. Wenn man vom Hundert Auslage 8 gewinnt, (die 8 sind von den nämlichen Einheiten, wie die 100) so fragt man, wieviel wird von 370 Auslage gewonnen? Man hat: 10Ø : 37Ø = 8 : x, oder der Gewinnst ist 29,6.

Auf eben die Art wird Verlust gerechnet, wenn solcher von der Auslage erfolgt. Ferner wird der sogenannte Rabatt auf diese Art berechnet; nämlich, wenn im Verhältniß von 100 ein gewisser Abzug statt hat. Als: Es sind 16 vom 100 als Rabatt abzuziehen, und es fragt sich, wieviele von 74 abgezogen werden. Der Ansatz ist: 100 : 74 = 16 : x.

V. Man hat für $3\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{10}$ Stab Tuch bezahlt 26 Gulden 40 Kreuzer, man nahm nochmal von diesem Tuche $1\frac{1}{8}$ Stab, und bezahlte dafür 8 fl. 30 Kr., man

möchte wiſſen, ob dieſer lezte Preis im richtigen Verhältniß ſey.

Man berechne den wahren Preis für $1\frac{1}{8}$, ſo läßt ſich dann die arithmetiſche Abgleichung (§. 47.) machen.

Um die Sätze zur Berechnung vorzubereiten, werden die $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{16}$ zuſammen gebracht, welche $\frac{9}{16}$ machen; auch die 40 Kr. in $\frac{2}{3}$ fl. ausgedrukt; dann aber (nach §. 30, III.) die Brüche ſelbſt eingerichtet, und nach allem dieſem ſteht der Anſatz:

$$\frac{57}{16} : \frac{9}{8} = \frac{80}{3} : x$$

oder $57.3.8 : 9.16 = 80$

19 3 2

die Auflöſung giebt den Werth für $1\frac{1}{8}$ Stab, in 8 fl. 25 Kr. 1 Pfennig; daher ſind nun 8 fl. 30 Kr. um 4 Kr. 3 Pfennige zu hoch.

Anmerk. Theils um die Probe zu machen, ob man ſich nicht verrechnet habe, theils aber auch zur Uibung, kann man jede, einmal berechnete Aufgabe noch einmal, ſogar noch dreimal zum Anſatze bringen, dergeſtalt, daß man immer ein anderes Glied fehlen läßt, und die Frage gehörig macht, daß dieſes Glied zum vierten Satze werde. Dieſes zu erläutern diene das nächſtvorige Exempel.

Man frage nämlich: Wieviel werden $3\frac{9}{16}$ Stab koſten, wenn für $1\frac{1}{8}$ Stab 8 fl. 25 Kr. 1 Pfennig bezahlt wurde. Man wird den Pfennig in $\frac{1}{240}$ fl. und die 25 in $\frac{100}{240}$ fl., zuſammen in $\frac{101}{240}$ fl. am bequemſten ausdrücken. Die Rechnung gab zwar nebſt 1 Pfennig noch einen Pfennigbruch, der oben nicht angemerkt iſt, der aber, wenn man hier genau rechnen will, in den Satz müßte gebracht werden. Indeſſen wird man ſich durch Rechnung des Exempels verſichern, daß eigentlich der Bruch war $\frac{8}{19}$ fl., welcher dann in dieſem zweiten Anſatz gebraucht werden kann; und der Anſatz ſtünde ſo: $1\frac{1}{8} : 3\frac{9}{16} = 8\frac{8}{19} : x$, welches gehörig gerechnet werden kann.

Ferner würde man ſo die Frage umändern können: Für $26\frac{2}{3}$ fl. kaufte man $3\frac{9}{16}$ Stab, wieviele Stab wird man für $8\frac{8}{19}$ fl. kaufen?

Ferner für $8\frac{8}{19}$ fl. kauft man $1\frac{1}{8}$ Stab, wieviel wird man für $26\frac{2}{3}$ fl. kaufen?

So wird man leicht alle die vorigen und andern Exempeln, nach der erſten Rechnung mehrmal umkehren können, um ſich von der Richtigkeit im Rechnen, nicht aber

Digitized by Google

von der Richtigkeit im Ansatze, versichern zu können, weil das lezte allein aus den Regeln (§. 57, III.) erkannt werden muß, denn gesezt man fehlte zweimal gegen die gedachten Regeln, so könnte man noch im zweiten Ansatz eine richtige Rechnungsprobe erhalten, aber der fehlerhafte Ansatz wird dadurch nicht entdekt.

Berechnung der Tabellen der neuen Mase und Gewichte.

§. 60. Wie die erste Spalte einer jeden der vier angehängten großen Tabellen entstanden ist, ist in §. 45. gezeigt worden, auch ist daselbst gelehrt worden, wie eigentlich die Zahlen dieser Spalte zu verstehen sind. Es bleibt noch übrig hier zu lehren, wie man die Zahlen der zweiten Spalte berechnet habe.

Wenn man nun aus der ersten Spalte weiß, wieviele neue Mastheile ein Eins des alten Mases ausmachen, so fragt sich's, nach welchen Regeln man dann berechne, wieviele alten Mastheile ein Eins der neuern ausmachen. So z. B. findet man auf der II. Tabelle für Speier, daß der dort gebräuchliche Schuh 0,28889 Meter mache; es fragt sich nun, wieviel ein Meter in Schuh betrage? Die Antwort ist vermittels eines Detri-Ansatzes leicht zu geben.

Man spricht: 0,28889 Meter machen einen Schuh aus, wieviele Schuh wird ein ganzer Meter ausmachen? Man begreift sogleich, daß 1 Meter mehr als 1 Schuh betragen werde; daher steht der Detrisatz geordnet so:

Met. Met. Sch. Sch.

0,28889 : 1 = 1 : x. Und die Auflösung (nach §. 59. Anmerk.) gemacht, verwandelt den Ansatz in 28889 : 100000 = 1 : x, wo, wie man nun deutlich sieht, das erste Glied nur in das zweite Glied dividirt wird; um die verlangten Schuh zu haben. Der Quotient ist $3\frac{13333}{28889}$. Dieser Bruch wird in Dezimalbruchtheile verwandelt (nach §. 41.) und giebt 0,46152...; daher denn der Meter 3,46152... Schuhe ausmacht.

Ferner: Man findet auf der ersten Tabelle, daß die Mainzer Elle 0,55118 Meter enthalte; und man fragt nun, wieviele Mainzer Ellen auf einen Meter gehen. So wie oben erkannt wurde, daß mehr als 1 Schuh erfodert werde, um einen Meter auszumachen, eben so

wird hier erkannt, daß die gesuchte Ellenzahl größer als eine Elle seyn werde, daher

Met. Met. Elle

0,55118 : 1 = 1 : x

oder (nach §. 59. Anmerk.) 55118 : 100000 = 1 : x. Die Zahl ist $1\frac{44882}{55118}$ Mainzer Elle. Dieser Bruch ist in Dezimaltheilen 0,81428...., so daß die Zahl Mainzer Ellen in 1,81428... ausgedrükt wird.

Ferner: Auf der III. Tabelle findet man, daß das alte übliche Pfund in Zweibrücken 496,5 Gramme ausmache; es fragt sich, wieviele Pfunde (eigentlich welche Theile des Pfundes) einen Gramm ausmachen; denn, daß ein Gramm viel kleiner als ein Pfund sey, erhellet genug aus der obigen Zahl. Daher hat man:

Gramme Gr. ℔ ℔

496,5 : 1 = 1 : x

oder 4965 : 10 = 1 : x; und x ist hier $\frac{10}{4965}$; und hievon ist der Dezimalbruch 0,002014...

Eben so den Gramm in Mainzer Pfunde verwandelt, wobei man die Zahlen auf der ersten Tabelle 1ten Spalte braucht, wird der folgende Ansatz in ganzen Zahlen gemacht 470685 : 1000 = 1 : x, und die Rechnung giebt, daß der Gramm $\frac{1000}{470685}$ Mainzer Pfunde mache; wovon der Dezimalbruch ist 0,0021245..

Nach der IIII. Tabelle enthält die Mas zu Kaiserslautern 2,04802 Litter; es fragt sich, wieviele Mas (oder auch, welcher Theil der Mas, weil ein Litter gewiß keine Mas giebt) der Litter enthält. Der Ansatz wird auf folgende Weise stehen, wenn man nämlich sogleich den Dezimalbruch in Ganzen darstellt;

Litter Litter Mas Mas

204802 : 100000 = 1 : x

und die gesuchte Zahl ist $\frac{100000}{204802}$, wovon der Dezimalbruch 0,48827... ist.

Ferner: Das Mainzer Malter enthält 109,387 Litter; wieviel enthält ein Litter vom Malter? (Denn die Frage: Wieviele Malter macht ein Litter? wäre nicht ganz passend, obschon sie in der Rechnungssprache richtig ist.) Die Rechnung wird mittels des hier folgenden Ansatzes gemacht; worinn, wie im nächstvorigen Exempel, der Dezimalbruch weggebracht, und das zweite Glied (welches, wie immer oben, 1 ist) mit der gehörigen Dezimalzahl (nämlich hier mit 1000) multiplizirt wurde.

Digitized by Google

Litter Litter Malt. Malt.

109387 : 1000 = 1 : x

die gesuchte Zahl wäre $\frac{1000}{109387}$, welche in Dezimaltheilen des Litters 0,0091417 angegeben wird.

Auf diese Weise sind alle Zahlen in der zweiten Spalte berechnet worden; und es bleibt nun nichts mehr zu sagen übrig, was irgend noch eine Erläuterung über die Entstehung der Zahlen in den 4 Haupttabellen geben könnte.

Anmerk. Ehe die vollständigere Anweisung gegeben wird, für jedes Ort eigene Tabellen zu berechnen, worinn sowohl die Verhältnisse der vielfachen von den alten und neuen Masen, (denn die 4 Haupttabellen enthalten nur die Verhältnisse der einfachen Einheiten dieser Mase und Gewichte) als auch die Verhältnisse der Preise in Geld, vorkommen, muß erst der Einwand erläutert werden, den man gegen die Dezimalbrüche macht, worinn die alten Mase ausgedrükt sind; man sagt nämlich: Diese Brüche sind unschiklich, weil die alten Mase nicht nach 10, sondern anders unterabgetheilt gewesen (§. 13.), und in der That in dieser Hinsicht hat der Einwand viel für sich; allein man muß nicht vergessen, daß die Dezimalbrüche der alten Mase nur wegen der Leichtigkeit im Rechnen da sind; denn jede andere Art Brüche würde die Rechnungen ausnehmend erschweren, wie das in den untenstehenden Exempeln erhellen wird. Aber an verschiedenen Stellen des vorhergehenden Unterrichtes, besonders §. 47, II. ist doch gezeigt worden, daß die Dezimalbrüche nicht nur sehr verständlich sind, sondern daß sich auch aus ihnen die Theile, die sie vom Ganzen darstellen, sehr gut schätzen lassen, wie groß nämlich das Stück des Ganzen ist, das durch sie ausgedrükt wird.

Indessen soll doch auch nun gezeigt werden, wie man die neuen Mase in ehmals gewöhnliche Abtheilung der alten Mase angeben kann, dieses ist auch um deßwillen nöthig, um die ungefähre Schätzung §. 13, II. genauer zu erhalten.

§. 61. Die üblichen Eintheilungen der alten Mase, wie sie nämlich in den Tabellen bekannt sind, waren in den Bezirken dieses Departements durchgängig folgende:

I. Der Schuh wurde unterabgetheilt in 12 Zolle (12tel Schuh); der Zoll in 12 Linien (144tel Schuh); die Linie in 12 Punkte oder Skrupel (1728tel des Schuhes); selten wurde jedoch die Eintheilung des Schuhes bis zu Skrupel angebracht; nämlich man begnügte sich mit Linien, und das unausgemessene Restchen, welches keine ganze Linie mehr betrug, wurde für nichts geachtet; (nach eben den Bemerkungen §. §. 13, 42. Anmerk.)

II. Die Eintheilung der Elle geschahe nach fortgesezten Halbirungen; nämlich $\frac{1}{2}$ Elle, $\frac{1}{4}$ Elle ($\frac{1}{2}$ halbe Elle),

Digitized by Google

$\frac{1}{8}$ Elle ($\frac{1}{2}$ viertel Elle), $\frac{1}{16}$ Elle ($\frac{1}{2}$ achtel Elle); dann $\frac{1}{32}$ ($\frac{1}{2}$ Sechszehntel) u. s. w., selten gieng die Eintheilung weiter bis Sechszehntel.

III. Die Ohm war in 80 Maſe eingetheilt (an einigen Orten machten 90, an andern 96, noch an andern 108 Mas eine Ohm.) Die Mas in Schoppen ($\frac{1}{4}$ Mas), der Schoppen in 2 Theile (halber Schoppen, oder achtel Mas.) Dieſe wieder halbirt, gab den Viertelſchoppen, oder ſechszehntel Mas, ſelten gieng man weiter in dieſer Eintheilung.

IIII. Das Pfund wurde in 32 Lothe getheilt, das Loth in 4 Quentchen (128tel Pfund), 1 Quentchen in 4 Pfenniggewichte (512tel Pfund), und das Pfenniggewicht in 2 Hellergewicht (1024tel Pfund.) Nur bei Gold und Silber wurden die zwei leztern Abtheilungen gebraucht, bei andern Waaren blieb es bei Quentchen.

V. Das Malter in den hieſigen Gegenden wurde gewöhnlich eingetheilt in 4 Viernſel (viertel Malter), das Viernſel in 4 Kümpfe (16tel Malter), der Kumpf in 4 Geſcheid (64tel Malter), und das Geſcheid in 2 Mäßchen (128tel Malter.)

§. 62. Wenn man nun die neuen Maſe in den üblichen Abtheilungen der alten Maſe angeben will, ſo iſt die Rechnung zwar aus den Verhältniſſen der ganzen Einheiten völlig die nämliche, (wie in §. 60) nur, ſtatt den Bruch, der ſich dort aus der Rechnung jedesmal ergab, in Dezimaltheilen auszudrücken, verwandele man ihn in die üblichen alten Abtheilungen, völlig nach (§. 58, II.); nämlich man rechnet erſt die erſte Abtheilung, dann, wenn bei dieſer Rechnung ein Reſt bleibt, (eigentlich wieder ein Bruch von den erſten Abtheilungen), ſo wird dieſer in den zweitern Abtheilungen berechnet, und ſo fort, bis man auf die kleinſten gebräuchliche Abtheilungen gekommen iſt. Mehrere Beiſpiele werden dieſes hinlänglich erläutern.

Im erſten Exempel (oben §. 60.) war der Bruch $\frac{133333}{288889}$ Schuhe. Man ſuche die Zolle; alſo nach (§. 58.) mit 12 den Zähler multiplizirt, giebt $\frac{1599996}{288889}$ Zolle, oder die Diviſion wirklich, giebt 5 Zolle nebſt $\frac{155551}{288889}$ Zolle. Und dieſes Bruches Zähler mit 12 multiplizirt, und mit dem Nenner das Faktum dividirt, giebt die Linien.

Digitized by Google

Die Rechnung giebt 6 Linien nebst noch $\frac{11278}{28889}$ Linien, wovon man die Skrupel noch nehmen kann; so machte demnach 1 Meter 3 Schuh 5 Zolle 6 Linien, nebst noch einem Bruche in Linien. Diese Angabe des Meters in alten Masabtheilungen mag in der That für den, der die Länge und Eintheilung des Schuhes kennt, verständlicher seyn, als der Dezimalbruch, 0,46152, wovon aber nur die 3 ersten Stellen, oder 461 Tausendstel genommenen, doch auch zeigen, daß bei diesem Bruche nur 39 Tausendstel des Schuhes fehlen, um einen halben Schuh auszumachen.

Das zweite Exempel in (§. 60.) giebt den Meter in $1\frac{44}{551}\frac{82}{118}$ Ellen, und den Bruch in Viertelellen verwandelt, giebt 3 Viertelellen, nebst noch $\frac{14104}{55118}$ Viertelellen, und dieses Bruches Zähler mit 2 multiplizirt, und dann das Faktum mit dem Nenner dividirt, würde die halbe Viertel- oder Achtelellen bringen; allein der Bruch enthält, weil er zu klein ist, diese Abtheilung nicht; daher suche man lieber sogleich die 32tel Ellen; d. h. man multiplizire dieses leztern Bruches Zähler mit 8, und dividire mit dem Nenner in das Faktum; die Rechnung bringt $\frac{2}{32}$ oder $\frac{1}{16}$ Elle, nebst $\frac{3076}{55118}$, so, daß der Bruch noch etwas mehr als $\frac{1}{61}$ Elle ist.

Im dritten Exempel wird der Gramm in das Zweibrücker Pfund verwandelt, und gefunden, daß 1 Gramm $\frac{10}{4965}$ ℔ macht. Diesen Bruch muß man sogleich in Pfenniggewicht ausdrücken, weil er keine Quentchen enthält, wie man sogleich sieht, daß 128 (die Zahl der Quentchen, die auf ein Pfund gehen) mit 10 multiplizirt, noch kleiner als der obige Nenner ist, und daher noch kein ganzes Quentchen enthält (§. 29, I.) Indessen ist es hier besser, sogleich Hellergewichte zu suchen, wie das überhaupt diese Rechnungen etwas abkürzt, wenn sogleich die Zahl der kleinsten Abtheilung berechnet. Demnach wird die Zahl 1024 (oben IIII.) mit dem Zähler 10 multiplizirt, und das Faktum mit 4965 dividirt, der Quotient ist $2\frac{62}{993}$ Hellergewichte, oder 1 Pfenniggewicht nebst $\frac{62}{993}$ Hellergewicht.

Rechnet man den Gramm in Mainzer Pfundtheilen, so wird der Bruch $\frac{1000}{470685}$ im Exempel §. 60, wie oben, berechnet, nämlich hier 1024 mit 1000 multiplizirt, und mit 470685 dividirt, giebt 2 Hellergewichte, d. i. 1 Pfenniggewicht nebst noch $\frac{193238}{941370}$ Hellergewicht, welcher sehr

nahe $\frac{1}{782}$ Hellergewicht macht; dieser lezte Bruch drükt ein Gewichtchen aus, welches auf einer Goldwage kaum merklich werden wird. Man kann daher immerhin den Gramm für 1 Pfenniggewicht, oder $\frac{1}{4}$ Quentchen annehmen.

Anmerk. Es ist bei diesen Rechnungen, wo die neuen Mase in alte sollen verwandelt werden, immer räthlicher den obigen Bruch, d. h. das in den Sätzen §. 60 berechnete vierte Glied, sogleich in der kleinsten Unterabtheilung des alten Gewichtes zu berechnen, man kann nachher, wenn es erfoderlich seyn sollte, diese kleinsten Abtheilungen doch wieder in größere verwandeln. So z. B. hätte man geschwinder im ersten Exempel den dortigen Bruch auf die folgende Art berechnet, wenn sogleich der Zähler 13333 mit 1728 (der Zahl der Skrupel die 1 Schuh ausmachte) multiplizirt, und dieses Faktum 23039424 mit dem Nenner 28889 dividirt würde, woher man 797 Skrupel, nebst einem Bruche, den man gewiß für nichts zu achten braucht, erhalten hatte. Weil aber 144 Skrupel einen Zoll machen, (wie aus oben I. erhellet) so wird (nach §. 58, II.) mit 144 in diese 797 dividirt, und der Quotient ist 5 (Zolle.) Der Rest 77, giebt noch 6 Linien und 5 Skrupel.

Auch hätte man den dritten Satz in den Exempeln des §. 60. sogleich in den kleinsten obigen alten Masabtheilungen ausdrücken können, woher es denn abermals deutlich wird, daß die berechnete Zahl nun kleinste Abtheilungen seyn werde; die, wenn sie groß genug ist, und daher noch höhere Abtheilungen enthält, durch Division, wie in dem nächstvorigen Exempel, in diese höhere Abtheilungen verwandelt werden kann. So hätte in dem Exempel: Malter in Litter zu verwandeln, der Satz so seyn können

Mäschen. Mäschen

$$109387 : 1000 = 128 : x,$$

und die Zahl ist $1\frac{18613}{109387}$. Der Bruch beträgt beiläufig $\frac{1}{6}$ Mäschen.

§. 63. Eigene Tabellen, für die vielfachen der Mastheile, werden nun für jedes Ort auf die folgende Weise berechnet: Aus der Haupttabelle werden die zwo Zahlen angenommeu, die die alten und neuen Einheiten ausdrücken, (begreiflich ist immer eine dieser zwo Zahlen eine 1) und es ist nun sehr leicht, folgende Tabellen zu entwerfen; erstlich die vielfachen von den einfachen Maseinheiten, wie sie in der ersten Spalte der Haupttabellen stehen, d. h. wo in der Haupttabelle 1 als alte Maseinheit, und darneben die Dezimalbruchzahl, als neue Mastheile, steht, werden so gefunden: z. B. von 2 bis 12 oder 16 Schuh, wieviel die in Meter machen; eben so von den Ellen. Man multiplizirt die Metertheis-

le, die auf einen Schuh gehen, mit 2, so hat man die Zahl Metertheile für 2 Schuh.

Wenn man einmal so das zweifache, (d. h. die Zahl Metertheile für 2 Schuh) gefunden hat, so kann man alle die übrigen vielfachen durch bloßes Addiren finden; denn,

Das	1fache	zu dem	2fachen	addirt,	giebt das	3fache
—	1fache	— —	3fachen	—	— —	4fache
—	2fache	— —	3fachen	—	— —	5fache
—	2fache	— —	4fachen	—	— —	6fache
—	3fache	— —	4fachen	—	— —	7fache
—	4fache	doppelt genommen,			— —	8fache
—	4fache	— —	5fachen	—	— —	9fache
—	1fache	mit 10 multiplizirt (nach §. 18, V.)			—	10fache
—	5fache	— —	6fachen	—	— —	11fache
—	6fache	doppelt, giebt			—	12fache

u. s. w.

Als Beispiele von solchen wirklichen Ausrechnungen sehe man in der Tabelle V. die Verwandlungen der alten Mase in die neuern, und die neuern in die alten. Hier sind alle Rechnungen der Vielfachen durch Addition, der gehörigen und vorher gefundenen Vielfachen, oder der Vielfachen und den Einfachen gemacht worden. Z. B. man wollte das 17fache haben; oder man wollte wissen, (wie in der Verwandlung A gezeigt wird) wieviele Meter auf 17 Schuh gehen, so wird dieses gefunden, wenn man das 10fache oder 2,9150 zu dem 7fachen 2,0405 addirt: die Zahl für das 17fache ist 4,9555, auch hätte man das 9fache und 8fache addiren können u. s. w. Man wollte das 148fache haben, so addire man das 100fache, das 40fache, und das 8fache zusammen. Z. B. Man wollte wissen, wieviele Litter 148 Malter ausmachen, so addire man in der Spalte für 100 Malter, die zugehörige Litterzahl, nämlich 10938,700, dann die Litterzahl 4375,480 für 40 Malter, ferner 875,709 für 8 Malter, welches zusammen 16189,889 Litter macht; oder nach einer andern Aussprache 1 Myria- 6 Kilo- 1 Hekto- 8 Deka- und 9 Litter, nebst noch 889 Millilitter.

Anmerk. Es ist wahr, daß man auch die Vielfachen durch die Multiplikation finden könne, z. B. das Einfache mit 17 multiplizirt, giebt das 17fache; eben so das Einfache mit 148 multiplizirt, giebt das 148fache u. s. w.; allein weil man doch in der Tabelle die Vielfachen nach der Ordnung vom 1fachen bis etwa zum 100fachen sucht, so ist es leichter, so eine Tabelle durch bloßes Addiren zu verfertigen. Ist die Tabelle einmal

Digitized by Google

fertig, und man braucht zu besondern Rechnungen Vielfache, die gerade nicht in der Tabelle stehen, (wie oben das 148fache) dann hilft man sich auch durch Addition. Z. B. Man hat in der Tabelle nur das 100. 500. und das 1000fache, und man wollte das 1350fache haben, so setze man zuerst das 1000fache auf ein besonders Rechenblatt, darunter das 300fache (wo man nur das 100fache mit 3 multiplizirt, um dieses 300fache zu haben) dann das 50fache, und addire diese Vielfachen zusammen. Hierbei versteht sich's, daß die lezten Stellen der Vielfachen, d. i. die lezten gegen die rechte Hand, genau untereinander gestellt werden müssen, wozu die Exempel in §. 16 zum Muster dienen.

Zweitens. In §. 60 ist gezeigt worden, wie die Einheiten der neuen Mase in Dezimaltheilen der alten Mase durch Rechnung verwandelt werden, woher dann die Zahlen in der zweiten Spalte der Haupttabellen entstanden.

In §. 62 ist gezeigt worden, wie man die neuen Maseinheiten in den üblichen Abtheilungen der alten Mase ausrechnen; und daher Tabellen entwerfen könne, die die alten Mase nicht in Dezimaltheilen, sondern in ihren ehemaligen Abtheilungen angeben.

Die Rechnung ist geschwinder gemacht, wenn man die neue Maseinheit sogleich in den kleinsten Abtheilungen der alten Mase sucht; und hernach diese kleinsten Theile nach Erfoderniß wieder in größere verwandelt; wie dieses §. 62. Anmerk. schon ist erinnert worden. Z. B. Man wollte wissen, wieviele Ellen 5 Meter machen. Man setze sogleich 32tel Elle in die Rechnung, und rechne nach den Mustern in §. 60; nämlich

Meter Meter 32tel 32tel

0,55118 : 5 = 32 : x

d. i. 55118 : 500000 = 32 : x. Die Rechnung giebt 290,28 zur gesuchten Zahl in 32tel Ellen. Diese Zahl mit 2 dividirt, giebt die 16tel, nämlich 145 Sechszehntel, wobei noch 0,28 Zweiunddreißigstel Elle übrig bleiben. Nun abermal die 145 mit 2 dividirt, giebt die 8tel Ellen in 72 nebst 1 Sechszehntel, abermal mit 2 dividirt, giebt die Viertel, nämlich 36 oder 9 Ellen; also überhaupt 9 Ellen nebst 1 Sechszehntel und 0,28 Zweiunddreißigstel. Diese Zahlen findet man in der Spalte D, wo sie durch Addiren gefunden sind.

Das vorstehende Exempel ist nur als Rechnungsmuster angegeben, wobei zugleich die Absicht war, zu zeigen, wie die Rechnung durch Detrisätze geführt, mit der in

der

Digitized by Google

der Tabelle übereinstimmen, wo im leztern alles durch Addition ist berechnet worden.

Die Spalte B, D, F, H, K der Vten Tabelle zu verstehen, sollen die Rechnungen erklärt werden, die zu Findung der Zahlen der alten Mase und ihrer Unterabtheilungen sind gebraucht worden.

I. Wieviel 1 Meter (das Einfache des Meters) in Schuh oder Ellen und deren Unterabtheilungen betrage, wurde durch einen Detri-Ansatz auf folgende Weise berechnet; nämlich für die Verwandlung in der Spalte B, wobei der Schuh in 144 Linien ausgedrukt ist, sezte man

Meter Meter Linien

0,2915 : 1 = 144 : x

giebt x in 493,9965 Linien, welche nach (§. 58, II.) verwandelt, 3 Schuh 5 Zoll 1,9965 Linien geben.

Die Rechnung für das Einfache in der Spalte D, wobei sogleich 32tel Ellen statt einer ganzen Elle gebraucht wurden, wurde so geführt:

Meter Meter 32tel Ellen

0,55118 : 1 = 32 : x

giebt 58,0572 zweiunddreisigstel Ellen, welche verwandelt geben: 1 Elle, 3viertel Ellen 1sechszehntel nebst 0,0572 zweiunddreisigstel.

Anmerk. Um den Dezimeter und Centimeter in den Spalten B und D, in alten Masabtheilungen anzugeben, wurde nur das Einfache dieser alten Masabtheilungen mit 10 oder mit 100 dividirt, woraus die Zahlen in den gedachten Spalten für den Dezi- und Centimeter gefunden wurden. Und diese Division wird gemacht, indem man das Komma um eine oder zwo Stellen weiter gegen die linke Hand sezt.

II. Die Rechnung für die Spalte F, wobei man sogleich 1024 Hellergewichte statt 1 Pfund annahm, war folgende:

Gramme Gramm Hellergew.

470,6858 : 1 = 1024 : x

Dieses gab 2,1755 Hellergewichte oder 1 Pfenniggewicht 0,1755 Hellergewichte.

III. Um die alten Masabtheilungen in der Spalte H für 1 Litter zu finden, nahm man sogleich 128 Mäschen statt des Malters, woraus dieser Ansatz wurde:

Litter Litter Mäschen

109,387 : 1 = 128 : x

welches 1,1701 Mäschen gab. Hier wurde wieder der Dezilitter in Mäschen berechnet, indem man mit 10 in die gefundene Zahl Mäschen, für 1 Litter, dividirte.

III. Die Rechnung für die Spalte K wurde durch den Ansatz:

Litter Litter Viertelschoppen
135,5737 : 1 = 1280 : x

geführt, welches 9,4413 Viertelschoppen oder 2 ganze Schoppen nebst 1,4413 Viertelschoppen gab.

V. Um die alten Mastheile für den Dezi- und Centilitter zu finden, wurde der 10te und 100te Theil dieser Mastheile, welche auf einen ganzen Litter gehen, genommen, nach der Art, wie diese Rechnung in der nächstvorigen Anmerkung gezeigt ist.

Anmerk. Die Rechnungen, wie sie oben geführt sind, wurden bis auf vier Dezimalstellen getrieben. Diese vier Dezimalstellen lagen auch zum Grunde, als man die Vielfachen durch Additionen in den gedachten Spalten berechnete. Allein man hat in der Tabelle nur drei Dezimalstellen aufgenommen, und die vierte als unnöthig weggestrichen, wobei jedoch immer die lezte von den drei gebliebenen Dezimalstellen alsdann um 1 vergrössert wurde, wenn die weggestrichne eine 6 und darüber war.

Diese hier beobachtete Art die Vielfachen der gedachten Tabelle zu berechnen, ist Jedem zu empfehlen, der sich für sein Gewerbe, in einer oder der andern obigen Masabtheilungen, Tabellen berechnen will. Denn, würde man diese Genauigkeit nicht beobachten, so könnte dieses bei großen Vielfachen, z. B. bei Vielfachen von mehrern Hunderten oder Tausenden merkliche Fehler geben. Es versteht sich, daß die eben bemerkte Genauigkeit bei Berechnungen von Tabellen beobachtet werden müsse, nicht aber immer bei einzelnen Fällen, wo man sich begnügt, nur in ganzen Zahlen der kleinsten Masabtheilung den Werth der neuen Mase anzugeben.

Wenn daher Nachrechnungen dieser Mustertabellen unternommen werden, (zu rathen sind immer dergleichen Uibungen) d. h. wenn man zuerst durch Detri-Ansätze das Einfache der neuen Mase in alten Masen und deren Abtheilungen zu verwandeln sucht; und dann nachher durch Additionen (wie sie Seite 111 gewiesen sind) die Vielfachen berechnet, so würde man bei diesen Nachrechnungen in den lezten Dezimal-Bruchstellen der Spalten B, D, F, H, K nicht immer die nämlichen Ziffern finden, wenn man nur die drei Stellen in der Tabelle brauchen wollte, allein vier Stellen gebraucht, werden sie gewiß geben. Noch muß zur weitern Erläuterung dieser Mustertabellen gesagt werden, daß man Zahlen, die in der Addition der kleinern Abtheilungen zweier Vielfachen herauskamen, sogleich in die nächsthöhere Abtheilung durch Division (nach §. 58, II.) verwandelte; wenn nämlich die Summe aus den kleinsten Abtheilungen ein Eins der höhern enthielt. So z. B. würde in der Spalte D für den 4fachen Meter die Abtheilungen der 32tel bis zu den ganzen Ellen, wie sie in dem 3fachen und Einfachen stehen, addirt; da ergab sich, aus den lezten Dezimalbrüchen 0,2288, wofür in der Tabelle 0,229 steht, weil die lezte 8 weg-

gestrichen, und die vorlezte um 1 vermehrt wurde. Ferner, aus den 16tel des Ein- und Dreifachen (in der nämlichen Zeile) ergab sich 1 Achtelelle, welche zu der Kolonne der Achtelellen im Sinne übertragen wurde; nun aber war auch in diese Kolonne schon 1 Achtel im 3fachen, daher erhielt man nun 2 Achtel, welche 1 Viertelelle machten; Dieses übertragene 1 nebst den 3 in dem Einfachen, und dem 1 im 3fachen, machte zusammen 5 Viertelellen, woher dann 1 ganze Elle herauskam, die wieder im Sinne übertragen, und die 1 Viertelelle an ihre Stelle nur angeschrieben wurde; Diese übertragene 1 Elle zu der 1 Elle im Einfachen, und den 5 Ellen im 3fachen gab die Summe von 7 Ellen. Man wird bei den Nachrechnungen noch mehrere dergleichen Verwandlungen entdecken, die sich aber leicht entziffern lassen.

§. 64. Noch ist übrig zu zeigen, wie man Tabellen verfertigen könne, welche die Geldpreise für die Waaren enthalten, die nach Meter, oder Litter, oder Grammen verkauft werden; und wobei der Preis für die alten Masse zum Grunde liegt, und gekannt ist. So nöthig nun diese Tabellen für die verschiedenen Gewerbe sind, so gewiß ist aber auch, daß man nur einige Muster hier geben könne, nach welchen gerechnet werden müsse; weil die Preise für die Waaren, die nach einerlei Mas, z. B. nach dem Litter, oder dem verzehnfachten Gramm verkauft werden, ausserordentlich verschieden sind; nachdem nämlich die Waaren selbst oder der Auf- und Abschlag der nämlichen einer Waare verschieden sind.

Hier nun soll die allgemeine Regel angegeben werden, derer man sich beim Berechnen solcher Tabellen bedienen muß. Es sey a der Preis für die alte Maseinheit, wornach die Waare ehedem pflegte verkauft zu werden, und nun wird verlangt zu wissen, wieviel die Waare nach den neuen Masen koste, nach welchen sie nun verkauft werden soll.

Ist a Deutschgeld, z. B. Gulden, oder Kreuzer oder Pfennige, so wird allemal dieser Preis bei der Rechnung in der kleinsten Werthart, d. h. hier in Pfennigen ausgedrükt; dieses macht die Rechnung einfacher (§. 59, II. Anmerk.)

Erstes Exempel: Wenn der Schuh kostet a, wieviel kostet der Meter? Wieviel der Dezimeter? Wieviel der Centimeter?

Ich nehme zum Exempel aus der ersten Tabelle den gewöhnlichen Schuh zu Oppenheim; und da ist:

Meter Met. Pfen. Pfen.

0,28609 : 1 = a : x

28609 : 100000 = a : x, und die Zahl a mit 100000 multiplizirt, das Faktum mit 28609 dividirt, giebt den Preis für einen Meter in Pfennigen, den man wieder (nach §. 58, II.) in fl. und Kr. verwandeln kann.

Es sey a 96 Pfennige, (wenn nämlich der Schuh zu 24 Kr. gerechnet wird) so ist der obige Quotient 335,56 Pfennige, oder 1 fl. 23 Kr. 3,55.

Daher nun der Dezimeter 33,556 Pfennige oder 8 Kr. 1,556. Endlich der Centimeter 3,3556 Pfennige; die Rechnungen für den Dezimeter und Centimeter sind nach §. 26, V. gemacht worden; wobei auch (§. 58, zu Ende) kann nachgesehen werden.

Zweites Exempel. Wenn die Mainzer Elle a kostet, wieviel wird der Meter, der Dezimeter, und der Centimeter kosten?

Die Tabelle I. giebt die Mainzer Elle in 0,551181 Meter; man nehme hier a für 240 Pfennige, (nämlich der Preis sey 1 fl.) so hat man 551181 : 1000000 = 240 : x; die Rechnung gehörig geführt, giebt 435,43 Pfennige, daher der Dezimeter 43,543 Pfen., und der Centimeter 4,3543 Pfen. Die Verwandlung dieser Pfennigzahlen in Gulden und Kreuzer, giebt für den Meter 1 fl. 48 Kr. 3,43 Pfennig; für den Dezimeter 10 Kr. 3,543 Pfennig; für den Centimeter 1 Kr. 0,3543 Pfennig.

Drittes Exempel. Wenn das einfache Kaiserslauterer Pfund kostet 36 Kr., wieviel kostet der Kilo- der Hekto- der Deka- und der einfache Gramm? Die 36 Kr. in 144 Pfen. zur Rechnung genommen.

Die Tabelle IIII. giebt das obige Pfund in 467,843 Grammen oder in 0,467843 Kilogrammen (§. 58, II.)

Kilogr. Kilogr. Pfen. Pfen.

Daher 0,467843 : 1 = 144 : x,

d. i. 467843 : 1000000 = 144 : x. Die Rechnung giebt 307,79 Pfennige oder 1 fl. 16 Kr. 3,79 Pfen. für den Preis des Kilogramms; daher der Hektogramm 30,779, oder 7 Kr. 2,779 Pfen.; der Dekagramm 3,0779, und der Gramm 0,30779 Pfennige kostet.

Viertes Exempel. Wenn die Mainzer Ohm kostet 50 fl., wieviel kostet der Hekto- der Deka- und der einfache Litter. Da die Tabelle nicht angiebt, wieviele Litter die Ohm enthalte, so wird die Zahl 1,694672 auf der ersten Tabelle, welche nämlich die Littertheile angiebt, die eine Mas ausmachen, mit 80 multiplizirt; das giebt

die Zahl Litter, die eine Ohm enthält; sie ist 135,57376 Litter, oder 1,3557376 Hektolitter; Wenn man nun die 50 fl. in Pfennigen, d. i. in 12000 ausdrükt, so wird die Rechnung so stehen:

Hektol. Hektol. Pfen. Pfen.
1,3557376 : 1 = 12000 : x,

oder 1,3557376 : 1000000 = 12000 : x. Die Rechnung giebt 8851,27 Pfennige, oder 36 fl. 52 Kr. 3,27 Pfen. für den Hektolitter; demnach kostet der Dekalitter 885,127 Pfen., d. i. 3 fl. 41 Kr. 1,127 Pfen. Der Litter 88,5127 Pfen., 22 Kr. 0,5127 Pfen.

Wäre die Frage: Wieviel kostete der Ganze, der Dezi- und der Centilitter, wenn die Mas a kostet, wo man beispielweise dieses a für 48 Kr. oder 192 Pfennige annimmt, so nehme man die Zahlen in der ersten Tabelle, nämlich: Litter Litter Pfen. Pfen.

1,694672 : 1 = 192 : x,

wo die Rechnung das x in 113,23 Pfen., oder 28 Kr. 1,23 Pf. giebt; daher der Dezilitter 11,323 Pfennige, oder 2 Kr. 3,323 Pfen.; und der Centilitter gilt 1,1323.

Fünftes Exempel. Wenn das Binger Malter gilt a (wo hier a 7 ½ fl. bedeuten soll), so fragt sich, wieviel der Hektolitter, der Dekalitter, der Litter, und der Dezilitter koste? Die Tabelle I. giebt das Binger Malter in 138,376 Litter, oder 1,38376 Hektolitter; wenn nun 1800 Pfen. statt 7 ½ fl. in die Rechnung gesezt wird, so ist der Detri-Ansatz: 138376 : 100000 = 1800 : x, und die Zahl der Pfennige für x ist 1300,80 oder 5 fl. 25 Kr. 0,8 Pfennig. Der Dekalitter 130,08 Pfen.; der Litter 3 Kr. 1,008 Pf.; der Dezilitter 1,3008 Pf.

Gesezt, man habe die Frucht auf das Gewicht gekauft, oder verkauft, und 160 Pfunde (Binger Gewicht) kosten die 7 ½ fl., was kostet der Myria- der Kilo- der Hekto- und Dekagramm? Das Binger Pfund enthält, nach der ersten Tabelle 471,306 Gramme; diese Zahl mit 160 multiplizirt, giebt den Werth für 160 alte Pfund, in Grammen, oder 75408,96 Gramme, oder 7,540896 Myriagramme (§. 58, II.) Daher die Rechnung nach:

Myriagr. Myr. Pfen. Pfen.
7,540896 : 1 = 1800 : x

und so findet man den Werth für 1 Myriagramm in 251,95 Pfen., oder 1 fl. 2 Kr. 3,95 Pfen. Der Kilogramm ist 25,195 Pfen., oder 6 Kr. 1,195 Pfen. Der

Digitized by Google

Hektogramm iſt 2,5195 Pfen.; daher der Dekagramm 0,25195, oder beiläufig $\frac{1}{4}$ Pfen.

1. Anmerk. Die Tabelle VI. enthält nun die Preiſe für die Vielfachen der neuen Maſe; und man begreift, daß die Preiſe für die Einfachen nach den obigen Detri-Anſätzen berechnet ſind. Die Vielfachen wurden durch Additionen (gerade ſo, wie bei der Tabelle V.) berechnet. Bei der Rechnung mußten die Dezimalbrüche der Pfennige beibehalten werden, weil ſonſt die Vielfachen, wenn dieſe Brüche weggeblieben wären, unrichtig geworden; und das hätte bei den Zehnfachen ſchon einige Kreuzer betragen können, wenn nämlich die Ziffer der zehntel Pfennig ſchon eine 8 oder 9 geweſen (wie ſie im nächſtvorigen Exempel war.) Man wird daher wohl thun, wenn man bei Berechnung eigener Tabellen, die ſich jeder zu ſeinem Gebrauche fertigt, auch dieſe Methode befolgt. Beim wirklichen Kauf oder Verkaufe wird freilich der Pfennigbruch nicht gemerkt; allein man begreift nun, daß dieſer Bruch bei Fertigung der Tabellen doch nicht wegbleiben darf.

Wäre die Geldſorte Franks und Centimes, ſo würde die Rechnung noch mehr erleichtert; nur würde es räthlich ſeyn, den jedesmaligen Bruch, bis auf Milliemes, ja ſogar bis Dezimilliemes zu berechnen, um auch wieder bei den Vielfachen die Fehler nicht zu erhalten, die ſich bei den Centimes ergeben, wenn nämlich die folgenden Dezimalbruchſtellen nicht da wären. Z. B. in der IIII. Tabelle ſteht, daß das Hafermalter in Winnweiler betrage 129,37 Litter; man fragt, wieviele Franks der Hektolitter Hafer koſte, wenn das Malter 5,25 Franks koſte. Die Rechnung wird nach dem folgenden Detri-Anſatz geführt:

Hektol. Hekt. Fr. Fr.

1,2937 : 1 = 5,25 : x, oder

12937 : 10000 = 5,25 : x, auch 1293700 : 10000 = 525 : x

und die Rechnung giebt 4,0581 Franks; daher der Dekalitter 0,4058 Franks; der Litter 0,04058 Franks koſtet. Dieſe Dezimalbrüche müſſen wohl bis in die hier angezeigten Stellen berechnet werden, wenn man Tabellen für Vielfachen fertigen will; wollte man nur einen einzelnen Fall berechnen, ſo verſteht ſich's von ſelbſt, daß man die Rechnung nur bis Centimes ſucht. (§. 42, Anmerk.) Nur im Vorbeigehen wird hier abermal erinnert, daß, wenn die Geldſorten auch nach Dezimalabtheilung gemacht ſind, (wie ſolche der Frank hat) die Rechnung um vieles erleichtert wird, wie man von ſelbſt einſehen wird, wenn man die Rechnung dieſes Exempels mit einer der vorigen vergleicht, wo die Abtheilungen nach deutſchem Gelde waren.

Digitized by Google

II. Anmerk. Da die Geldpreise für die Sachen, die nach den neuen Masen gemessen werden müssen, so sehr verschieden sind, so können in der That die Berechnungen der VI. Tabelle nur als Beispiele angesehen werden, da die Berechnungen der V. Tabelle für wirkliche und bleibende Rechnungen schon gelten können.

Diejenigen Käufer oder Verkäufer, welche in gewissen Gattungen Waaren handeln, deren Werth in Gelde, nach altem Mase und Gewichte vorerst geschäzt wird, thun wohl, sich kleine Tabellen zu berechnen, (oder, wenn sie es nicht selbst können, berechnen zu lassen) woraus sich mit dem ersten Blik die Vergleichung der Geldpreise übersehen läßt. Z. B. Die Mezger können ihre Tabelle für das alte Pfund, und das halbe Kilogramm (5 Hektogramme) und die Vielfachen dieser neuen Gewichte, für etwa vier oder fünf Fälle machen; nämlich für einen Fall, wenn das alte Pfund 9 Kreuzer; für einen Fall, wenn es 9 $\frac{1}{2}$ Kr.; für einen Fall, wenn es 10 Kr., und für einen, wenn es 10 $\frac{1}{2}$ Kr., und endlich, wenn das alte Pfund 11 Kr. gilt; und da es nur einige Minuten Zeit fodert, für einen solchen Fall die Tabelle für das Einfache des $\frac{1}{2}$ Kilogramm, des Hekto- und des Dekagrammes zu berechnen, (denn weiter als bis auf Dekagramme wird man wohl hier nicht gehen wollen) so ist es doch so schwer nicht, jede Woche sich ein Tabellchen zu machen, wenn sich nämlich der Preis in einer Woche ändern sollte.

Aehnliche Bewandniß hat es bei den Brodpreisen, weil sich diese Preise für den Laib (etwa 2 Kilogramm) mit jeder Woche ändern sollten, und man sich nur nach alten Gewohnheiten richten wollte, um das Brod nach altem Gewicht zu 4 $\frac{1}{2}$ Pfund zu schätzen. Indessen machen doch in Mainz 4 $\frac{1}{4}$ Pfund, so nahe 2 Kilogramme, daß nur um $\frac{1}{8}$ eines Quentchen diese leztern leichter sind, als 4 $\frac{1}{4}$ Pfund, daher kann ein Laib Brod 2 Kilogramme wiegend, für 4 $\frac{1}{4}$ Pfund als Gewicht angenommen werden.

Bei andern Waaren sind die Preise beständiger, und ändern sich zwar auch von Messe zu Messe, oder nach andern auswärtigen Märkten, allein, wie gesagt, man wird ein Viertelstündchen Zeit nicht für zu kostbar halten, um sich für geänderte Preise auch geänderte Tabellen zu entwerfen.

§. 65. Wären die Geldpreise der neuen Maseinheiten gegeben, und man wollte daraus die Preise für die alten Mase berechnen, so ist dieses eben so leicht, wie die Berechnungen im vorigen §.

Man braucht zu dieser Rechnung wieder die Zahlen der ersten Spalte der Haupttabellen; und nimmt dabei die Geldpreise in der kleinsten Münzsorte, nämlich in Pfennigen bei deutschem und in Centimes bei französischem Gelde.

Digitized by Google

Beispiele. I. Wenn der Meter a kostet, wieviel kostet der Schuh, der Zoll, die Linie? Ich nehme für Kirchheim Bollanden den Schuh, so ist

Meter Meter

1 : 0,28009 = a : x

Daher a multiplizirt mit 0,28009, giebt den Preis für den Schuh, wovon der zwölfte Theil für den Zoll genommen wird. Es sey a 120 Pfennige, so ist das obige Faktum (nach §. 42, I.) 33,61080 oder 8 Kr. 1,01080 Pfennige; daher kostet der Zoll 2,8009 Pfennige, und die Linie 0,2 Pfennige.

II. Ferner: Wenn der Meter kostet 2,15 Franks, was kostet die Kirchheim Bollander Elle, was die halbe, was die viertel, was die achtel Elle? Man sezt:

Meter Meter Franks

1 : 0,5552 = 2,15 : x

die Multiplikation (nach §. 42, II.) gemacht, giebt den Werth für die Elle 1,19368 Franks oder 1 Franks 19 Centimes nebst 0,368 Centimes. Daher die halbe Elle 0,59684 Franks, oder 59 Cent. nebst 0,684 Cent. u. s. w., indem man immer für nächstfolgende Abtheilungen der Elle die nächstvorige Preiszahl halbirt.

III. Wenn der Hektolitter zu Oberingelheim kostet 36 fl., was kostet die Ohme, was die Mas? u. s. w. (Die Ohm ist eben die, wie zu Mainz); daher werden die Zahlen des vierten Exempels im vorigen §. gebraucht, wobei jedoch, weil die 36 fl. in 8640 Pfennigen ausgedrükt sind, es nicht nöthig ist, alle die dortigen Dezimalstellen in die Rechnung zu nehmen: man kann sich mit vier Dezimalbruchstellen hier begnügen; und daher setzen:

1 : 1,3557 = 8640 : x, und die Multiplikation (nach §. 42, I.) hier mit den zwei mittlern Sätzen gemacht, giebt den Preis für die Ohm in 11713,248 Pfennigen oder 48 fl. 48 Kr. 1,248 Pfen. Der 80te Theil von der obigen Pfennigzahl ist der Preis für die Mas, und wird (nach §. 25, IX.) durch Division der 80 in die gedachte Pfennigzahl gefunden; er ist 146,4156 Pfennige oder 36 Kr. 2,4156 Pfennige.

IIII. Wenn der Myriagramm gilt 12 fl. 48 Kr., wieviel gilt das Pfund und das Loth Speierer Gewicht?

Die Tabelle II. giebt das Pfund in 489,71 Grammen, daher macht diese Zahl 0,048971 Myriagramme (§. 55, I. Anmerk.) Wie immer, werde auch hier die obige Zahl der fl. und Kreuzer in Pfennigen, mit 3072 angegeben,

Digitized by Google

und so braucht man nur oben etwa 3 Dezimalbruchstellen anzunehmen. Ich nehme zur Rechnung 0,049 statt 0,048971; und der Satz ist:

Myriagr. Myriagr. Pfen.

1 : 0,049 = 3072 : x

Die Rechnung giebt 150,528 Pfennige, oder 37 Kr. 2,528 Pfen. für den Werth eines Pfundes zu Speier; daher nun mit 32 die obige Pfennigzahl dividirt, giebt den Preis für 1 Loth, oder 4,953, welche Zahl man für 5 Pfennige annehmen kann.

V. Wenn der Hektolitter einer gewissen Frucht 7 fl., oder 1680 Pfen. kostet, wieviel kostet das Malter, (Alzeyer Mas) wieviel das dortige Viernsel, und der Kumpf?

Die erste Tabelle giebt das Malter zu Alzey in 114,032 Litter, oder 1,14032 Hektolitter. Hievon nur drei, oder höchstens vier Dezimalbruchstellen gebraucht, giebt den folgenden Ansatz: 1 : 1,140 = 1680 : x, und x ist 1915,200 Pfennige oder 7 fl. 58 Kr. 3,2 Pf. für das Malter zu Alzey; daher das dortige Viernsel 1 fl. 59 Kr. 2,8 Pf.; der Kumpf 29 Kr. 3,7 Pf.

Anmerk. Die vorstehenden Exempel sind Muster genug, um Tabellen zu berechnen, wobei man auch noch die Preise bis auf die kleinsten alten Maseinheiten finden; auch die Preise für die Vielfachen dieser kleinern Unterabtheilungen so weit suchen kann, als viele Einheiten dieser kleinern Abtheilungen erfodert werden, um ein höheres Eins zu haben; so z. B. würde man hier für die alten Gewichte die Preise von 1 bis 3 Quentchen suchen; denn, da 4 Quentchen schon ein Loth machen, so wäre es unnöthig, für 4 Quentchen den Preis besonders anzugeben, da er für's Loth schon da ist; eben so den Preis von 1 bis 31 Loth; für Pfunde mag man immer soweit gehen, als man will, und wie es die Muster in der Vten und VIten Tabelle angeben.

Da aber diese Art Tabellen kein großes Bedürfniß seyn möchten, weil man seltener in den neuen Masen einkauft, um in den alten wieder zu verkaufen, so werden zwar für diese Art Rechnungen keine Mustertabellen entworfen; aber gewiß ist es, daß es nicht schwer fallen kann, dergleichen selbst zu machen, wenn man sich die nächstvorigen Exempel und die Tabelle V. zum Muster vorlegt.

Die Kettenregel.

§. 66. Es wird gefragt, wie sich zwo Geldsorten etwa von verschiedenen Ländern im Werthe gegeneinander verhalten; oder wie sich zwo Gewichtsorten, oder wie sich zwei andere Masarten; mit einem Worte, wie

sich zwei Dinge im Werthe gegeneinander verhalten, von denen man zwar weiß, wie sich eine dieser Sorten, zu einer dritten, verhalte, auch wie sich die zweite dieser Sorten zu eben dieser dritten verhalte. Durch eine besondere Art zu rechnen, die man die Kettenrechnung nennt, wird dann, unter den eben angeführten Umständen, nämlich aus den angegebenen Zwischenverhältnissen, die unmittelbare Verhältniß, nach der man fragte, gefunden. Z. B. Man möchte wissen, wie sich die Länge der Mainzer Elle zu der Hamburger Elle verhalte; aber man weiß nur, wie sich die Mainzer Elle zu der Frankfurter, und auch wie sich die Frankfurter Elle zur Hamburger Elle verhalte.

Ferner: Man möchte wissen, wie sich der französische Livre tournois (nicht der Frank) zu dem englischen Schilling verhalte; wobei man für den Zeitpunkt, wo der Wechselkurs bestimmt ist, folgendes weiß: Der Livre Tourn. macht zu Frankfurt 27 $\frac{1}{2}$ Kr.; und 20 englische Schillinge machen 141 $\frac{1}{40}$ Frankfurter Batzen Wechselgeld, und 5 Wechselbatzen machen 6 Batzen rheinisch.

Die obigen Beispiele sollen vorerst nur erläutern, was man durch die Zwischenverhältnisse versteht; die Rechnungen, von denen hier die Rede ist, erfodern, daß man die Verhältnißzahlen, die man in der Rechnung braucht, ganz eigens und etwas geänderter betrachtet, als sie in der Regel Detri betrachtet werden. Diese Art, die Verhältnißzahlen anzunehmen, ist die, wie sie schon zum Theile (in §. 57, Seite 97) erklärt worden; und hier nur noch näher erläutert werden soll.

Wenn man die Verhältniß zweier Dinge in zwo Zahlen angiebt, so will man ohne Zweifel durch diese Zahlen, entweder ihren gegenseitigen Werth (wenn nämlich die Frage vom innern Werthe dieser Dinge und nicht so eigentlich von ihrer Größe nach Mas und Gewicht ist) oder man will die gegenseitige Größe der Dinge (in Mas oder Gewicht) durch ein Paar Zahlen ausdrücken. Ganz natürlich ist's nun, daß in der Verhältniß statt des bessern, oder größern Dinges auch die größere Zahl, und statt des geringern Dinges die geringere Zahl stehe, wie nämlich diese Zahlen angegeben sind. Z. B. In Gerhards Komptoristen steht, daß die Mainzer Elle 243,3 französische Linien lang sey, und die Elle (kleine) zu Frankfurt am Main, deren Linien nur 239,2 enthalte,

Digitized by Google

daher würde die Verhältniß nun gewiß so stehen: Mainz. Elle : Frankf. Elle = 243,3 : 239,2 oder = 2433 : 2392 (§. 52, II, a.) Diese Verhältniß würde nun ganz verkehrt verstanden werden, wenn man sagte: 2433 Mainzer Ellen, machen soviel, als 2392 Frankfurter Ellen; denn gerade das Gegentheil ist in diesem Sinne wahr; und man müßte sagen: 2392 Mainzer Ellen machen 2433 Frankfurter; doch hievon muß noch etwas Gründlicheres gesagt werden, wie nämlich dergleichen Wortausdrücke: Die Elle des einen Ortes A macht in Ellen des Ortes B soviel... Eben so das Pfund des A macht in Pfunden des Ortes B soviel... Oder der Thaler des Ortes A macht in Thalern, oder Batzen, oder Groschen, oder Stübern des Ortes B, soviel...; wie nämlich solche Wortausdrücke mit den Zahlenausdrücken, die in der Verhältniß gebraucht werden, zu vereinbaren seyen; das fodert eine Untersuchung, die auf eigenen Grundsäzen beruht, welche daher im folgenden §. erst festgesezt werden müssen.

§. 67. **Erster Satz.** Das Faktum verhält sich zu einem Faktor, wie der andere Faktor zu 1. Denn, wegen §. 19, II. ist das Faktum sovielmal größer als der eine Faktor, wievielmal der andere Faktor die Einheit enthält; und dieses Größerseyn ist die wörtliche Eigenschaft der geometrischen Proportion in §. 50. Es sey 168 das Faktum und 7 der eine, 24 der andere Faktor, so ist 168 : 7 = 24 : 1, oder 168 : 24 = 7 : 1; auch (wegen §. 51, IIII.) 7 : 168 = 1 : 24. Diese lezte Proportion heißt: Der eine Faktor verhält sich zum Faktum, wie 1 zu dem andern Faktor.

Zweiter Satz. Wenn zwei Fakta gleich sind, so bilden die Faktoren eine Proportion, nur in der Ordnung genommen, daß die Faktoren des einen Faktum als mittlere, und die Faktoren des andern Faktum als äussere Glieder in dieser Proportion vorkommen. (Dieser Satz wäre die Umkehrung des Satzes in §. 54.) Die Gewißheit dieses Satzes wird so eingesehen: Es sey 8mal 21, gleich 7mal 24; d. h. die ersten zwei Faktoren (8, 21) und die andern zwei (7, 24) sollen ein gleiches Faktum (168) geben; und so soll erwiesen werden, daß 7 : 8 = 21 : 24, oder 8 : 24 = 7 : 21 sey. Zuerst ist wegen dem obigen ersten Satze wahr: 168 : 8 = 21 : 1, aber auch wegen eben diesem Grunde 7 : 168 = 1 : 24. Aus

dieſen zwo Proportionen würde eine werden, wenn man die gleichſtelligen Glieder (nach §. 53) zuſammen multiplizirte; aber dabei käme nun der Faktor 168 ins erſte und zweite Glied, und eben ſo käme der Faktor 1 ins dritte und vierte Glied; dieſe einerlei Faktoren nun, nämlich 168 im erſten und zweiten Gliede, dann 1 im dritten und vierten Gliede) können aus der Multiplikation der beiden Proportionen (nach §. 53) wegbleiben; (§. 52, I.) Daher wird dann

I. 7 : 8 = 21 : 24, und die Veränderungen dieſer nun erwieſenen richtigen Proportion ſind:

II. 7 : 21 = 8 : 24 (§. 51, II.)
III. 8 : 7 = 24 : 21 (§. 51, III.)
IIII. 8 : 24 = 7 : 21 (§. 51, II.)

Dieſe Proportionen drücken nun die Allgemeinheit des zweiten Satzes aus.

Dritter Satz. Jede benannte Zahl iſt ein Faktum, wovon die benannte Einheit ein Faktor, und die Zahl ſelbſt, als eine unbenannte, der andere Faktor iſt.

In §. 57, zweiten Anmerk. Nro. 2 iſt dieſes ſchon erwieſen, und kann hier nur noch durch einige Beiſpiele zur beſtimmtern Einſicht gebracht werden. Z. B. 50 Gulden iſt gewiß nichts anders, als 50mal 1 Gulden; 7 Meter iſt 7mal 1 Meter; 80 Ellen iſt 80mal 1 Elle u. ſ. w. Die benannte Einheit ſey 1 M; wo M den Namen des Maſes, Gewichtes oder Werthes bedeutet; den das 1 in der Zahl habe, ſo iſt, wenn a eine jede unbenannte Zahl, ſogroß man will, bedeutet, gewiß amal 1 M der allgemeine Ausdruk für jede benannte Zahl, wie es die eben angeführten Beiſpiele erläutern.

§. 68. Nunmehr kann die Sprache, in der man die Sätze zur Kettenregel angiebt, beſtimmt und richtig in die Rechnungsſprache gebracht werden. Z. B. Wenn man ſagt: 2392 Mainzer Ellen machen genau ſoviel als 2433 Frankfurter Ellen, ſo heißt dieſes: Ein und das nämliche Stück Zeuch mit beiden Ellen gemeſſen, giebt die obigen benannten Ellenzahlen beider Orte; daher iſt nun gewiß, daß 2392 Mainzer Ellen gleich ſind 2433 Frankfurter Ellen; aber dieſe benannten Zahlen nach dem dritten Satze des vorigen §. ausgedrukt, ſtellen ſich ſo dar: 2392 × 1 Mainzer Elle = 2433 × 1 Frank. Elle. (NB. Das × bedeutet hier: ſoll multiplizirt werden, und = bedeutet: iſt gleich.) Daher nun, weil hier zwei gleiche Fakta ſind, hat man (nach dem zweiten Satze §. 67)

1 Mainz. Elle : 1 Frankf. Elle = 2433 : 2392; also verhalten sich beide Ellengattungen in ihrer Größe, wie die in der zweiten Verhältniß stehenden benannten Zahlen.

Wenn man sagt: 60 Kr. machen 15 Batzen, so ist 60 × 1 Kr. = 15 × 1 Batzen, und man hat in der Rechnungssprache 1 Kr. : 1 Batzen = 15 : 60, d. i. = 1 : 4; woraus es einleuchtet, daß der Werth des Batzen 4mal besser ist, als der, eines Kreuzer.

Man giebt an: 4 holländische Dukaten machen (haben den gleichen Werth von) 21 holländische Gulden; d. h. nun 4 × 1 Duk. = 21 × 1 Holl. fl. Daher 1 Duk. : 1 Holl. fl. = 21 : 4 = $5\frac{1}{4}$: 1; d. h. der Dukate ist $5\frac{1}{4}$mal besser, als der Gulden.

Wenn jemand 6 Pfund einer gewissen Waare (die ich w nennen will) eben so hoch schätzt als 11 Gulden, so ist 6 × 1 ℔ w = 11 × 1 fl., und man hat 1 ℔ w : 1 fl. = 11 : 6, d. h. das ℔ w ist besser als der Gulden, und zwar, wievielmal die Zahl 11 größer als 6 ist, oder 1 ℔ w hat $1\frac{5}{6}$mal höhern Werth als 1 fl.

Ferner: 18 fl. Hanöv. Kassengeld machen 21 fl. Preussisch Geld, giebt 18 × 1 fl. H. K. G. = 21 × fl. Pr. G., oder 1 fl. H. : 1 fl. Pr. = 21 : 18 = 7 : 6 = $1\frac{1}{6}$: 1.

Item: 6 Livr. Tournois machen 5,926 Frank, heißt 6 × 1 Livr. Tourn. = 5,926 × Frank, und die Verhältniß ist: 1 Livr. Tourn. : 1 Frank = 5,926 : 6, oder wie 5925 : 6000.

Item: Der französische Livre Tournois gilt in Wien $22\frac{1}{2}$ Kr. Heißt 1 × 1 Livr. Tourn. = $22\frac{1}{2}$ × 1 Kr. Wiener oder 1 Livr. Tourn. : 1 Kr. Wien. = $22\frac{1}{2}$: 1 = 45 : 2.

Item: der englische Wechsel auf Hamburg steht einmal, daß 100 Pfund Sterling, in Hamburger Schilling, (Silber- Banko-Geld) mit 3463 Schilling angenommen, oder ausbezahlt werden, das giebt 100 × 1 ℔ St. = 3463 × 1 Sch. H. Bank. Silbergeld, und 1 ℔ St. : 1 Sch. H. = 3463 : 100 = 34,63 : 1; d. h. das Pfund Sterling ist 34,63mal, also mehr als $34\frac{1}{2}$mal besser, als der Hamburger Bankoschilling in Silbergeld.

Item: 10000 Pfund Kölner Markgewicht, (das eigentliche Richtgewicht für ganz Deutschland) geben 9555 Pfund franz. Gewicht; steht zum Rechnen 10000 × 1 ℔ Kölln. M. Gewicht = 9555 × 1 ℔ Franz. Gew., oder 1 ℔ Franz. Gew. : 1 ℔ Kölln. M. Gew. = 10000 : 9555 =

Digitized by Google

1 : 0,9555 = 2000 : 1911; dieser lezte Verhältniß-Ausdruck heißt auch: Wenn man 1911 ℔ Franz. Gewicht hat, so macht solches schon zu Kölln 2000 ℔; aber man kann nicht schließen, daß der arithmetische Unterschied 89 Köllner Pfund sey, obschon dieser Unterschied zwischen 2000 und 1911 statt hat.

Anmerk. Die obigen Fakta, welche eigentlich angeben, wieviele Einheiten der einen Sorte mit einer Zahl Einheiten der andern Sorte gleich stehen, heißt in der Handelssprache: Das Pari. Die obigen Verhältnisse zeigen nun, wie man aus dem Pari den Werth im Verhältniß findet. Und umgekehrt, wenn der Werth im Verhaltniß angegeben wird, so findet man wieder sehr leicht das Pari. Z. B. Es wird die Verhältniß von franz. Livr. Tournois und dem Frank so angegeben: 1 Livr. Tourn. : 1 Frank = 987654 : 1000000, so hat man das Pari 1000000 × 1 Livr. Tourn. = 987654 × 1 Frank.

Ferner man giebt an: 1 östreich. Siebenzehner : 1 Sechsbatzenstück = 472 : 555, hieraus ist das Pari: 555 × 1 Siebenz. = 472 × 1 Sechsbatzenst.

§. 69. Es ist nöthig, die Rechnungsregel hier anzugeben, wie man den arithmetischen Unterschied zwischen ein Paar Dingen finde, wenn, wie in dem obigen Exempel, die geometrische Verhältniß angegeben ist. Ein kleines Nachdenken wird es begreiflich machen, daß man so geradehin mit den beiden, in der geometrischen Verhältniß stehenden Zahlen, keine Subtraktion vornehmen könne, um den Unterschied der gedachten Einheitsgattungen (wie oben die französischen und Köllner Pfunde) zu haben, weil ja diese Verhältnißzahlen völlig unbenannte sind, und man nicht wissen könnte, was deren Unterschied eigentlich ausdrükt. Das lezte Exempel vom französischen und Köllner Pfund, soll hier so berechnet werden, daß man daraus die oben genannte Rechnungsregel findet. Man hatte das Pari 10000 × 1 ℔ K. Mark. Gew. = 9555 × 1 ℔ franz. Gew.

Diese zwei gleiche Fakta können nun, entweder jedes mit 10000, oder jedes mit 9555 dividirt werden, und die Quotienten sind gewiß gleich, d. h. 1 ℔ K. M. G. = $\frac{9555}{10000}$ × 1 ℔ franz. Gew., auch $\frac{10000}{9555}$ × 1 ℔ K. M. G. = 1 ℔ franz. Gew.; denn hier sind die Dividenden gleich, und der Divisor ist auch der nämliche (im ersten Falle war der nämliche Divisor 10000, im andern war er 9555); Daher sind gewiß die Quotienten gleich.

Digitized by Google

Hieraus wird es nun deutlich, daß 1 Köllner Pfund nur einen Theil des franzöſiſchen Pfundes auswiegt, nämlich $\frac{9555}{10000}$ oder $\frac{1011}{2000}$ franz. ℔. Und weil beim leztern Bruche $\frac{89}{2000}$ Theile fehlen, bis er ein Ganzes iſt, (wie man das leicht findet, wenn man den Zähler vom Renner abzieht) ſo iſt das franzöſiſche Pfund um $\frac{89}{2000}$ eines franzöſiſchen Pfundes größer als ein Köllniſches Pfund. Dieſes heißt nun gewiß auch: 1 Kölln. Pfund iſt um $\frac{89}{2000}$ franz. Pfund kleiner, als 1 franz. Pfund. Die obige zweite Ausgleichung, nämlich $\frac{10000}{9555} \times 1$ ℔ K. M. Gew. = 1 ℔ franz., giebt 1 $\frac{89}{2011}$ ℔ K. Gew. = 1 ℔ franz. Gew. Dieſe Rechnung heißt auch ſo: Zu einem Köllner Pfund mußte noch $\frac{89}{2011}$ ℔ des Köllner ℔ gelegt werden, bis es mit einem franzöſiſchen Pfund das Gleichgewicht macht; daher iſt das Köllner Pfund um den eben genannten Bruch eines Köllner Pfundes kleiner, als ein franzöſiſches Pfund.

Auf die nämliche Art werden alle dergleichen arithmetiſche Ausgleichungen gemacht, wenn, (wie es die Ausdrücke in §. 68 zeigen) man vorher weiß, wieviele Einheiten der einen Gattung oder Sorte, müſſen genommen werden, um eine Zahl Einheiten der andern zu haben; mit einem Worte: Wenn man irgendwoher weiß, wieviele Eins der einen Sorte eine gewiſſe Zahl Eins der andern Sorte ausmachen; d. h., wenn man das Part weiß, ſo läßt ſich die Differenz leicht und verſtändlich angeben. Auf dieſe Art iſt man nun im Stande, die dunkeln Ausdrücke gewiſſer Kauf- und anderer Gewerbsleute zu berichtigen, wenn ſie nämlich ſagen: Das Gewicht zwiſchen den Orten A und B differirt an 100 Pfund etwa 5 oder 7 Pfund, wobei zwar geſagt wird, daß A etwa das größere Gewicht habe, aber man weiß denn doch nicht, ob dieſe 5 oder 7 Pfund in A Gewicht, oder in B Gewicht müſſen genommen werden. Eben ſo ſind die dunkeln Ausdrücke in Rükſicht der Ellen, des Geldes u. ſ. w. zu berichtigen, ſo ſagt man: Der holländiſche Gulden (zu 20 holländ. Stüber) differirt gegen den Reichsgulden (im 24 fl. Fuß) ſo, daß es an 64 Gulden einen fl. thut, um den die Holländiſchen kleiner ſind, ohne nun zu wiſſen, ob dieſer Differentgulden ein holländiſcher, oder ein deutſcher ſey, ſelbſt wird oft nicht einmal geſagt, ob die 64 fl. holländiſche, oder Reichsgulden ſeyen. Allein, wenn man angiebt, 195 holländ.

Digitized by Google

Gulden machen 192 Reichsgulden, d. i. 195 × 1 fl. holl. = 192 × 1 R. fl. sey, so findet man, daß 1 $\frac{3}{195}$ fl. holl. = 1 R. fl. sey, also wirklich der holländische Gulden um $\frac{1}{64}$ holländ. fl. kleiner sey, als der Reichsgulden, oder bei 64 holländ. Gulden macht der Unterschied 1 holländ. Gulden; d. h. nun, 65 holländische Gulden machen 64 Reichsgulden. Hätte man mit 195 beide Zahlen dividirt, so findet man 1 h. fl. = $\frac{192}{195}$ R. fl. oder (den Bruch gekleinert) $\frac{64}{65}$ R. fl.; diese Ausdrücke zeigen, daß der Reichsgulden um $\frac{1}{65}$ Reichs fl. größer ist, als der holländ. Gulden, und die Ausgleichung ist wieder: so, daß 65 holländische Gulden ausmachen, 64 Reichsgulden.

Gewöhnlich wird gerechnet, wieviel die Differenz im Werthe, oder in der Größe, an 100 betrage; da muß man aber wieder wohl merken, von was für Sorte die 100 seye. So z. B. kann man fragen: Um wieviel sind 100 holl. fl. geringer, als 100 deutsche Gulden, und zwar wäre noch die Frage, ob dieser geringere Werth in holl. fl. oder in Reichs fl. angegeben werden solle.

Durch einen Detri-Satz würde man so rechnen: 64 holl. fl. sind um 1 holländ. fl. geringer, als 64 Reichsgulden.

Um wieviel sind 100 holländ. fl. geringer, als 100 Reichsgulden? Man hat 64 : 100 = 1 : x; wo 1 $\frac{9}{16}$ holl. Gulden gefunden wird; daher mußte 1 $\frac{9}{16}$ holl. Gulden auf 100 holl. fl. gelegt werden, um 100 Reichs fl. zu haben. Daß diese Rechnung richtig sey, könnte man etwa so probiren. Man fragt: Wieviele Reichsfl. machen 101 $\frac{9}{16}$ holl. fl., wenn 65 holl. 64 Reichsfl. machen; der Detri-Satz ist 65 holl. fl. : 101 $\frac{9}{16}$ holl. fl. = 64 Reichsfl. : x Reichsfl., wobei x = 100 gefunden wird.

Würde gefragt, um wieviel 100 Reichsfl. besser seyn, als 100 holl. fl., und auch wieder dieses Besserseyn in Reichsfl. gesucht, so wäre der Satz: 1 Reichsfl. ist um $\frac{1}{65}$ Reichsfl. besser, als 1 holl. fl.; um wieviel sind 100 Reichsfl. besser, als 100 holl. fl.; und man hat 1 : 100 = $\frac{1}{65}$: x, und das giebt 1 $\frac{7}{13}$ oder 1 $\frac{7}{13}$ Reichsfl., soviel mußte nämlich von 100 Reichsfl. abgezogen werden, um 100 holl. fl. zu haben; d. h. 98 $\frac{6}{13}$ Reichsfl. machen 100 holl. fl.; wie man wieder findet, wenn man sich der obi-

Digitized by Google

gen Probrechnung bedienen wollte; nämlich 64 Reichsfl.: 98 $\frac{4}{7}$ Reichsfl. = 65 holl. fl. : x, und die Rechnung giebt 100 holl. fl.

Anmerk. Die Rechnungen, wie sie nämlich in dem nächstvorstehenden §. geführt und untersucht wurden, haben ihren Grund in den Ausgleichungen der verschiedenen Werthsorten, wie sie in §. 68 dargestellt sind. Es kömmt darauf an, daß sich der Rechner den Fall richtig, und deutlich denke, ohne dieses helfen alle Rechnungsregeln nichts.

Diese hier gewiesene Art, das Pari auf 1 oder auf 100 zu stellen, ist, wie ich glaube, die möglichst deutlichste Vorstellung für Wechsel- und andere Handelsgeschäfte, wo man dergleichen Rechnungen, nämlich das Pari aus der Verhältniß, oder die Verhältniß aus dem Pari zu finden, anstellen muß.

§. 70. Es werde gefragt: Wie sich die Einheit der Sache A zu der Einheit der Sache S verhalte; wobei man aus Büchern, oder anderswoher weiß, wie sich die Einheit von A zu der von B; ferner, wie sich die Einheit der B zu der von C verhalte, und endlich, wie sich die Einheit der C zu der von S verhalte. Die Reihe (oder Kette) dieser Verhältnisse mag so groß seyn, als sie wolle; die Rechnung wird dadurch zwar nur beschwerlicher, aber nicht eigentlich schwerer zum anordnen.

Wenn es an einer Zwischenverhältniß fehlt, so, daß man keine Verhältniß zwischen irgend einer Sache zu der S habe, oder überhaupt, wenn die Kette der Verhältnisse aus Mangel irgend einer Zwischenverhältniß nicht zusammenhängt, so kann die Rechnung nicht geführt werden.

Die Anwendung der Sätze zum Rechnen, um nämlich die gehörige Verhältniß zu finden, wird so gemacht, daß der Name der beiden Einheiten oder Dinge, von denen man die Verhältniß sucht, so stehe, daß die eine zuerst, die andere aber zulezt in der Kette stehe; wie das schon durch die obigen Buchstaben angegeben ist, noch mehr aber durch viele Exempel erläutert werden soll.

Das zweite Glied in der ersten Verhältniß ist die Einheit, mit der die zuerst gesezte Einheit in Verhältniß angegeben ist; dann aber muß immer jedes erste Glied in den folgenden Verhältnissen eben das seyn, welches in der vorigen Verhältniß das zweite Glied war.

Ich wollte die Verhältniß des Frankfurter und Mainzer Pfundes suchen; und fand in dem Komptoristen von Gerhardt (Seite 319) zwar das Mainzer Pfund in 18 Unzen, nach des Herrn Paucton Lehrbuch angegeben;

Digitized by Google

fand aber, daß Herr Gerhard im Paucton sich versehen; denn in diesem Lehrbuch steht nicht Maience, sondern Maienne, und für Maienne ist das obige 18 Unzen Pfund im Paucton angegeben.

Allein im Gerhard steht das Pfund von Speier in 10608 holländischen Asen; und das gewöhnliche Pfund zu Frankfurt in 9720 holländ. Asen; aus der I. und II. Haupttabelle, die hier angehängt sind, kenne ich die Verhältniß des Mainzer Pfundes gegen das, in Speier, mittels der Zahlen Gramme, wodurch beide ausgedrükt sind; daher setze ich

1 Mainz. Pf. : 1 Speier. Pf. = 470686 : 489710
1 Speier. Pf. : 1 Frankf. Pf. = 10608 : 9720

Wenn diese zwo richtige Proportionen (nach §. 53) in einander multiplizirt werden, so sieht man, daß das erste und zweite Glied mit 1 Speierer Pfund multiplizirt wurden, und daher dieser Faktor (1 Spei. Pf.) wegbleiben kann; (§. 52, I.) daher wird nun aus den beiden Proportionen diese:

1 Mainz Pf. : 1 Fr. Pf. = 470686 × 10608 : 489710 × 9720

Diese Zahlen, worinn die Verhältniß angegeben ist, lassen sich kleinern; und geben nach gehöriger Rechnung 1 Mainz. Pf. : 1 Fr. Pf. = 1 : 0,9542, oder 1 Fr. Pf. : 1 Mainz. Pf. = 1 : 1,0478.

Aus beiden Verhältnissen erhellet, daß das Mainzer Pfund größer ist als das Frankfurter; und das Pari ist 1 Frankf. Pf. = 0,9542 Mainz. Pf.; auch 1 Mainz. Pf. = 1,0478 Frankf. Pf. Die Differenz läßt sich nach §. 69 berechnen.

Exempel. Man fragt, wie sich die Frankfurter kleine Elle zum Meter verhalte? Aus der Tabelle ist bekannt, daß sich die Mainzer Elle zum Meter verhalte, wie 0,551181 : 1, oder wie 551181 : 1000000. Aus oben kennt man auch die Verhältniß der Frankfurter und Mainzer Elle, daher hat man:

1 Frankf. Elle : 1 Mainz. Elle = 2392 : 2433
1 Mainz. Elle : 1 Meter = 551181 : 1000000

Daher 1 Frankf. Elle : 1 Meter = 1 : 1,8455, auch 0,54189 : 1.

Das Pari ist 10000 Meter = 18455 Frankf. Ellen, oder 1 Frankf. Elle = 0,54189 Meter.

Die Verhältniß des Amsterdamer Pfunds (Handelsgewicht) zu dem Gramme zu suchen, bediene man sich der folgenden Verhältnisse: Der Gramm verhält sich zum

Pariſer Pfund, wie 1 : 489,506, und das Pariſer Pfund zu dem Amſterdamer, wie 10188 : 10280 daher hat man:

1 Gramm : 1 Pariſ. Pf. = 1000 : 489506
1 Pariſ. Pf. : 1 Amſt. Pf. = 10188 : 10280

Daher 1 Gramm : 1 Amſt. Pf. = 1 : 493,934, auch 0,00204 : 1.

Anmerk. Will man die alten Maſe von irgend ein Paar Orten in der Republik gegeneinander vergleichen, ſo kann das mittels der allenthalben nun gefertigten Verwandlungstabellen, ſehr leicht geſchehen, wie das die folgenden Exempel, als Muſter zu ſolchen Rechnungen, ausweiſen werden. Dieſe Art Rechnungen wird vorzüglich bei angrenzenden Departementen nöthig, welche ehedem durch Handel und ältere Verträge in Verkehr ſtanden.

Exempel. 1) Man will das Pari vom alten Mainzer und alten Wormſer (kleinen) Pfund rechnen. Die Tabellen geben: 1 Pf. Mainz. G. : 1 Pf. Wormſ. G. = 470,686 : 462,640, und dieſe Zahlen als Ganze genommen, (§. 52, II.) giebt das Pari 470686 × 1 Pf. Wormſ. Gewicht = 462640 × 1 Pf. Mainz. Gewicht, und (nach §. 69) gerechnet, giebt 1 $\frac{80+6}{462640}$ Wormſ. Pf. = 1 Mainz. Pfund; auch 1 Wormſer Pf. = $\frac{462640}{470686}$ Mainzer Pfund. Auch läßt ſich die Differenz-Ausgleichungen, wie §. 69 machen. Dieſe Ausgleichung, die ſich hier in einem Bruche ergiebt, läßt ſich dann wieder in den alten ehemaligen Maſtheilen des zugehörigen Ortes angeben, worzu die Rechnungen (§. 58) die Muſter ſind.

Geſezt, man fände nach andern Tabellen, daß in einem gewiſſen Orte A der Republik der dortige ehemalige Schuh enthalte 0,316480 Meter, und man wollte dieſen Schuh mit dem gewöhnlichen zu Alzey vergleichen; Die Tabelle I. giebt für den Alzeyer Schuh 0,277091 Meterstheile, ſo hat man:

1 Schuh in A : 1 Schuh in Alzey = 316480 : 277091

und, wie oben gerechnet, ſo ergiebt ſich, daß 1 Schuh in A betrage 1 $\frac{39389}{277091}$ Schuh in Alzey, und 1 Schuh in Alzey iſt $\frac{277091}{316480}$ Schuh in A, welches das Pari zwiſchen beiden Schuhſorten iſt.

Anmerk. Man kann, wenn ſo das Pari geſtellt wird, die Brüche in kleinſten alten Maßabtheilungen der Orte angeben, und ſich der Rechnungsweiſe § 58 bedienen; dieſe Verwandlung giebt vielleicht die Sache deutlicher. So war 1 Schuh in A gleich 1 Schuh, 1 Zoll, 7 $\frac{161}{277091}$ Linien in Alzeyer Maß; und ſo von andern dergleichen Verwandlungen.

Digitized by Google

Geſezt, man wollte den Pariſer Boiſſeau mit dem ehemaligen Mainzer Malter oder Viernſel vergleichen. Man findet in den Pariſer Tabellen, daß der Boiſſeau zu 13 ganze Litter angegeben wird; und das ehemalige Viernſel iſt 27,347 Litter; daher iſt

1 Pariſ. Boiſſ. : 1 Mainz. Viernſel = 13000 : 27347 oder 2 $\frac{1347}{13000}$ Boiſſeau macht 1 Mainzer Viernſel, (d. h. das Viernſel iſt um den Bruch größer, als das doppelte Boiſſeau) und 1 Boiſſeau macht $\frac{13000}{27347}$ Mainzer Viernſel. Dieſer lezte Bruch läßt ſich (nach §. 58) in Kumpf, Geſcheid und Mäschen des Mainzer Malters geben.

Auf dieſe Art kann man die Malter angrenzender Departements-Orte mit einander vergleichen, und das Pari ſogleich finden.

Exempel von größern Kettenſätzen.

Man ſucht die Verhältniß des Hamburger Pfundes zu dem Gramm aus folgenden Angaben. Der Gramm zu dem Mainzer Pfund iſt gegeben; ferner das Mainzer Pfund zum Speierer iſt gegeben, (wie oben) das Speierer Pfund zu dem Frankfurter; und endlich das Frankfurter zu dem Hamburger (aus Gerhard genommen) wie 9720 zu 10080. Aus dieſen Verhältniſſen hat man:

1 Hamb. Pf. : 1 Frankf. Pf. = 10080 : 9720
1 Frankf. Pf. : 1 Speier. Pf. = 9720 : 10608
1 Speier. Pf. : 1 Mainz. Pf. = 489710 : 470688
1 Mainz. Pf. : 1 Gramm = 470688 : 1000

Folglich 1 Hamb. Pf. : 1 Gramm = 1008 × 48971 : 10608 × 10, oder 465,335 : 1; und heißt in der gewöhnlichen Sprache: Ein Hamburger Pfund macht 465,335 Gramme.

Anmerk. Nur zur Uibung dergleichen Kettenſätze zu ordnen, wurden die obigen Verhältniſſe zwiſchen Hamburger und Frankfurter Pfunde, und zwiſchen Speierer und Mainzer Pfunde angegeben; obſchon man ſogleich aus Gerhards Komptoriſten die Verhältniß zwiſchen Hamburger und Speierer Pfunde, und aus der Tabelle II. die zwiſchen Speierer Pfunde, und Gramm hätte nehmen können; wie dieſes auch die Rechnung giebt, welche die gedachten doppelten Verhältnißzahlen gleichſam wieder ausſtößt.

Anmerk. Es hängt von ſehr vielen Umſtänden ab, daß die Wechſelkourſe zwiſchen Handelsplätzen ſich verändern, d. h. daß der Handelsplaz A in ſeinem Gelde bald mehr, bald weniger geben

Digitized by Google

muß, um eine gewiſſe Summe im Gelde des Platzes B zu bezahlen; wobei aber immer gewiſſe Geldſorten zur Wechſelbaſis dienen. Z. B. der eine Ort A wechſelt in Dukaten, gegen Banko- oder Kourrent-Thaler in B, oder A wechſelt in Schilling gegen Konventions-Gulden in B ꝛc. ꝛc. Da weißt es dann der Kours aus, den man durch Handelskorreſponden erfährt, daß der Ort A bald mehr, bald weniger ſeiner Münzſorten-Stücke gegen die ſonſt gewöhnliche Zahl der Sortenſtücke des Ortes B giebt; z. B. ſo zahlt Frankfurt bald mehr, bald weniger als 141 Batzen für ein Pfund Sterling in London, wo alſo Batzen und Pfund Sterlinge die Wechſelbaſis zwiſchen beiden Orten ſind; eben ſo zahlt Frankfurt bald mehr, bald weniger als 142 Reichsthaler in Konventionsgeld für 100 Reichsthaler in Amſterdamer Bankogeld, wo wieder die gedachten Sorten die Baſis zur Wechſelrechnung wären. Das Pari würde in dieſem lezten Beiſpiele ſeyn

100 × 1 Rthlr. Amſt. Bo. = 142 × Frankf. Konv. Rthlr.
oder 1 Rthlr. Amſt. Bo. = $1\frac{42}{100}$ Frankf. Konv. Rthlr.
auch $\frac{100}{142}$ Rthlr. Amſt. Bo. = 1 Frankf. Konv. Rthlr.

Exempel. Man möchte die Verhältniß des engliſchen Schillings zu dem gegenwärtigen Frank berechnen, wozu die folgenden Verhältniſſe angegeben ſind. Der engliſche Schilling ſey zu dem engliſchen Pfund Sterling wie 1 : 20, und das engliſche Pfund Sterling zum Frankfurter Batzen (Wechſelgeld in gegenwärtigem Kours) wie 141 : 1, und der Frankfurter Batzen (Wechſelgeld) zum Kourantbatzen wie 6 : 5, und der Kourantbatzen zum Kourantgulden wie 1 : 15; dann der Kourantgulden zum Livre Tourn. wie 24 : 11, und der Livr. Tourn. zum Frank wie 5,926 : 6, oder wie 5926 : 6000. Dieſe Verhältniſſe geben die folgende Kette:

1 Schilling engliſch.	: 1 Pfund Sterling	=	1 : 20
1 Pfund Sterl. engl.	: 1 Frankf. Wechſ. B.	=	141 : 1
1 Frankf. Wechſ. B.	: 1 Kourant. Batz.	=	6 : 5
1 Kourant Batz.	: 1 Kourant Guld.	=	1 : 15
1 Kourant Gulden	: 1 Livr. Tourn.	=	24 : 11
1 Livr. Tourn.	: 1 Frank	=	5926 : 6000

Hieraus wird, nachdem die gehörige Kleinerung gemacht iſt, gefunden, daß nach dem angenommenen Kours ſey; 1 Schilling : 1 Frank = 417783 : 343750; das Pari iſt 1 Schilling = 1,2153 Frank; wofür man 1 Frank 21 $\frac{1}{2}$ Centim annehmen kann.

Umgekehrt 1 Frank = 0,82202 engliſche Schillinge, nach dem oben angenommenen Wechſelkourſe.

Anmerk. Man rechnet auch gar oft die Verhältniß von zwo Geldſorten nach dem innern Werth; und dazu pflegt man die Mark

(ein halbes Pfund Kölner Richtgewicht) zu brauchen; man bestimmt nämlich, wieviele der Münzstücke einer gewissen Sorte z. B. wieviele Konventions-Guldenstücke (18 Batzner) ein halbes Pfund reines Silber enthalten; eben so, wieviele Goldstücke (z. B. Dukaten oder Louisd'or) ein halbes Pfund reines Gold enthalten.

Diese Rechnung nach dem innern Werth hat vorzüglich statt bei Ablegung ehemals ausgeliehener Kapitalien, wobei der Gläubiger nach Jahren fodern kann, daß ihm der Schuldner eben so vieles reines Silber, oder Gold wiedergebe, als er ihm ehemals vorschoß.

Man muß daher aus sichern Nachrichten wissen, wie die kursmäßig ausgemünzten Münzstücke im Gehalte des reinen Silbers, oder Goldes sind. So sollen (nach dem gesetzlichen Konventions-Münzfuße) in Deutschland 20 Guldenstücke ein halbes Pfund reines Silber enthalten. So weiß man aus Nachrichten (die der mehrgedachte Komptorist vom Gerhard, und das Lehrbuch vom Paucton geben) daß 8,647 Stück Laubthaler eine feine Mark enthalten; eben so, daß 9,076 Stück von den Brabänder 3 Kronenthaler eine feine Mark enthalten u. s. w.

Wollte man demnach die Verhältniß und das Pari zweier Silber-Münzsorten mittels des feinen Gehaltes suchen, so geben die obigen und ähnliche Zahlen die Verhältniß an. So ist 20 × 1 Konvent. Guldenstück = 8,647 × 1 Laubthaler; und 1 Konvent. Guldenstück : 1 Laubth. = 8,647 : 20, oder 8647 : 20000. Das Pari ist 2 $\frac{2706}{8647}$ Konventions-Guldenstücke = 1 Laubthaler.

Der gewöhnliche Kourantfuß in den Rheingegenden war, daß die Mark fein zu 24 fl. geschäzt ward; heißt man anderswo z. B. in Sachsen den Preis der Mark fein 20 fl., so ist 24 × 1 Rhein. Gulden = 20 × 1 Sächs. Gulden; und 1 $\frac{1}{5}$ Rhein. Gulden = 1 Sächs. Gulden.

Ich habe den Ausdruck: fein, angenommen, als reines Gold und Silber; und so kann man nach dieser Voraussetzung rechnen; wenn man nur aus Nachrichten weiß, wieviel fein Silber oder Gold in einer benannten Geldsumme sind, wie einige Exempel weiter unten zeigen sollen.

Wenn aber Goldmünzen gegen Silbermünzen sollen ausgeglichen werden, wobei man nicht den Kourantenwerth, sondern den Markwerth zur Basis nimmt, so muß vor allen Dingen der Werth der Mark Goldes gegen den der Mark Silber ausgemittelt werden; und hierzu sind folgende Nachrichten wegen dem deutschen Münzfuße vorhanden.

68 vollwichtige Dukaten (etwa Holländische) sollen eine Mark wiegen. Die Mark wird eingetheilt in 288

Digitized by Google

Grän, und im Dukatengold sind 6 Grän Zusatz; d. h. in der Mark Dukatengold sind 282 Grän fein Gold. Man setze den Preis eines solchen Dukaten zu 2 $\frac{3}{4}$ Thaler, (sächsisch kourant) die Mark fein Silber soll 13 Thaler (sächsisch) kosten. Man sucht die Verhältniß zwischen dem Werthe des feinen Goldes zu dem, des feinen Silbers; Man hat aus den obigen Angaben:

1 Mark fein Gold	: 1 Mark Duk. Gold	=	288	: 282
1 Mark Duk. Gold	: 1 Dukaten	=	68	: 1
1 Dukaten	: 1 Thaler Sächsisch	=	2 $\frac{3}{4}$	: 1
1 Thaler	: 1 Mark fein Silber	=	1	: 13

Die Verhältniß gerechnet giebt

1 Mark fein Gold : 1 Mark fein Silber = 14,6906 : 1, oder 146906 : 10000; d. h. die Mark fein Gold ist 14,6906mal besser, oder in höherm Werthe, als die Mark fein Silber.

Anmerk. Auch der Preis des Gold und Silbers ist fast beständig veränderlich, nachdem das eine, oder das andere dieser Metalle mehr gesucht wird; dieser veränderliche Preis würde dann in dem Ankauf des Dukaten liegen; ist dieser Ankauf höher als 2 $\frac{3}{4}$ Thaler, so steht das Gold höher, als 14,6906, und beim Gegentheile niedriger; eben so kann es beim Ankaufe des Silbers seyn, nämlich, ob die Mark fein höher oder geringer, als 13 Thaler stehe, welches mehr oder weniger die Verhältniß wieder ändert. Indessen, wie dem auch sey, so giebt das obige Rechnungsmuster an, wie man die Verhältniß des reinen Goldes zum reinen Silber (versteht sich, beide in gleichem Gewichte) rechnen könne.

Exempel. Eine Anlehen wurde vor einigen Jahrhundert in 2000 fl. damaliger Währung, oder Benennung gemacht; diese ehemalige Guldensorte soll A, die dermalige Guldensorte soll B heißen. Es soll dermalen die Schuld abgetragen werden, und man fragt, wieviele Gulden B Sorte man izt bezahlen müsse? Gesezt, daß Urkunden angeben, die Mark Silber habe damals 18 fl. A gegolten; da sie dermalen 20 fl. gelte; so ist das Pari sehr leicht bestimmt 18 × 1 fl. A = 20 × 1 fl. B, und man hat 1 fl. A = 1 $\frac{1}{9}$ fl. B; folglich hat man 1 fl. A : 2000 fl. A = 1 $\frac{1}{9}$ fl. B : x fl. B, und die Rechnung giebt x = 2222 $\frac{2}{9}$ fl. B. Hätte man B fl. im 24 fl. Fuß genommen, so wäre oben 18 × 1 fl. A = 24 × 1 fl. B; und das Pari auf 1 gebracht: 1 fl. A = 1 $\frac{1}{3}$ fl. B, und da würde das obige x = 2666 $\frac{2}{3}$ fl. B seyn. Wäre die Anlehen in Gold damals gemacht worden, und man wollte dermalen auch in Golde die Zah-

Digitized by Google

lung wieder machen, so müßte aus Nachrichten bekannt seyn, wie damals die Mark fein Gold ausgeprägt worden. Ich nehme an, (wie ich aus Meyers Wechselhandlung fand) daß vor einigen Jahrhunderten die Mark fein Gold wurde zu 67 $\frac{67}{71}$ Dukaten ausgeprägt; dieser feine Dukaten aber galt 4 fl. A. Das giebt die Mark fein Gold in 67 $\frac{67}{71}$ mal 4 fl. damaligen Werth, welches gerechnet 271 $\frac{55}{71}$ fl. A damals ist.

Nun sey nur die einfache Frage, wieviele Mark fein Gold damals geliehen wurden? Denn eben soviele müssen izt wieder gegeben werden. Die Rechnung ist:

271 $\frac{55}{71}$ fl. A : 2000 fl. A = 1 Mark fein Gold : x M. f. G.

und x ist 7,35903 Mark fein Gold; die damals geliehen, und izt wieder gegeben werden müssen.

Allein, wenn man nach dem gegenwärtigen Münzfuß (68 Dukaten auf die Mark fein Gold) und den Dukaten zu 4 $\frac{3}{5}$ fl. (den fl. nach dem 20 fl. Fuß) rechnet, so läßt sich durch den folgenden Detri-Ansatz finden, wieviel die 7,35903 Mark fein Gold in Gulden nach dem dermaligen Münzfuß betragen:

1 Mark fein Gold : 7,35903 M. f. G. = 68 Dukat. : x Duk.

Dieses giebt 500,414 Dukaten, und daher diese Zahl mit 4 $\frac{3}{5}$ multiplizirt, die oben benannten 2224,06 fl. B.

Anmerk. Da in den beiden nächstvorigen Fällen, die Frage war, einzelne Zahlen aus angegebenen Verhältnissen zu finden, so mußte die Auflösung nach Detrisätzen gemacht werden, denn die Kettenregel lehrt nicht einzelne Zahlen, sondern die Verhältniß zwischen ein Paar Einheiten aus angegebenen Zwischenverhältnissen, zu finden.

Anmerk. Im obigen Exempel wurde angenommen, daß 68 Dukaten, nach dem neuern Münzfuß eine feine Mark Gold enthielten; es könnte anders seyn, nämlich, daß 68 Dukaten eine Mark wögen, ohne eben eine Mark feines, sondern nur 282 gränigtes Gold zu enthalten; wie dieses in einem der vorigen Exempel so angenommen war. In diesem Falle wäre die Kette nur um die zwei Verhältnisse vermehrt worden; nämlich: die Mark fein : zur Mark Dukatengold = 288 : 282; und die Mark Dukatengold zum Dukaten = 68 : 1. Dieses hätte denn auch das Facit der Rechnung in etwas geändert.

Exempel. Man hat in Amsterdam, und zwar nach dortigem Bankogeld den Centner Waaren um 4 Thaler gekauft; man möchte wissen, wieviel der Myriagramm in Mainz und zwar in Franks betrage; wobei noch gemerkt wird, daß für jedes Hundert in Amsterdam noch

auſſer

auſſer dem Kaufpreis 1 ½ Speſen ausgerechnet werden. Die Rechnung fodert, zwei Verhältniſſe aufzuſuchen:

Erſtlich. Die Verhältniß zwiſchen dem Amſterdamer Centner, und Myriagramm, und

Zweitens. Die Verhältniß zwiſchen dem Amſterdamer Bankothaler und dem Frank; nebſt den gemerkten Speſen.

Ich nehme aus Paucton die Verhältniß des Amſterdamer Pfundes zu dem franzöſiſchen Pfunde wie 1,0046 : 1; dann aber aus den Vergleichungstabellen iſt das franzöſ. Pfund zu dem Mainzer, wie 489506 : 470686; und das Mainzer Pfund zum Myriagramm, wie 470686 : 1000000; und das giebt:

1 Cent. Amſt.	: 1 Pfund Amſt.	=	100 : 1
1 Pfund Amſt.	: 1 Pfund Franz.	=	10046 : 10000
1 Pfund Franz.	: 1 Pfund Mainz.	=	489506 : 470686
1 Pfund Mainz.	: 1 Myriagr.	=	470686 : 10000000

Daher iſt der Amſterdamer Centner: Myriagramm = 1229394319 : 250000000. Und das Pari iſt 1 Cent. Amſt. Gew. = 4,9175 Myriagramm.

Drittens, ich finde, daß 1 Bankothaler 100 Groot Banko, und 52 ½ Groot Banko, 3 Livr. Tourn. machen; ferner machen 6000 Livr. Tourn. 5926 Franks; daher iſt

1 Banko Thlr. Amſt.	: 1 Groot Banko	=	100 : 1
1 Groot Banko	: 1 Livr. Tourn.	=	3 : 52 ½
1 Livr. Tourn.	: 1 Frank ohne Speſen	=	5926 : 6000
1 Frank ohne Speſen	: 1 Frank mit Speſen	=	100 : 101 ½

Daher 1 Banko Thlr. Amſt. : 1 Frank mit Speſen = 23704 : 4263.

Das Pari iſt 1 Banko Thlr. Amſt. = 5,5604 Franks mit Speſen.

Nun kann man aus den folgenden Angaben einen Detriſatz machen: 4,9175 Myriagramm (der Amſterdamer Centner) koſtet 4 Thaler mit Speſen (4mal 5,5604 Franks) wieviel koſtet 1 Myriagramm?

Man ſezt 4,9175 : 1 = 4 × 5,5604 : x; die Rechnung giebt x in 4,522 Franks.

Anmerk. Ich habe die zwei nächſtvorigen Exempel nach den, in jeder Aufgabe einzeln liegenden Begriffen, theilweiſe berechnet, weil es mir nöthig ſchien, die Begriffe zergliedert in die Rechnung zu tragen, um Anfängern verſtändlicher zu werden. Ich will nun beide durch einen einzigen Kettenſatz zur Berechnung darſtellen.

Bei dem ersten Exempel suche ich die Verhältniß der abzutragenden, oder geliehenen Schuld zu dem Gulden B (20 Guldenfuß) daher

Die Schuld	: 1 fl. A	=	2000 :	1
1 fl. A	: 1 alten Dukaten	=	1 :	4
1 Dukaten	: 1 Mark fein Gold	=	1 :	$67\frac{67}{71}$
1 Mark fein Gold	: 1 neuen Dukaten	=	68 :	1
1 neuer Dukaten	: 1 fl. B	=	$48\frac{3}{4}$:	1
Folglich die Schuld	: 1 fl. B	=	2224,06 :	1

Das Pari ist 2224,06 × 1 fl. B = der Schuld, oder dem geschehenen Anlehen.

Im zweiten Exempel suche ich die Verhältniß des Myriagramm zum Frank mit Spesen, aus den angegebenen Mittelverhältnissen; ich setze:

1 Myriagramm	: 1 Pf. Franz. G.	=	10000000 :	489506
1 Pf. Franz. G.	: 1 Pf. Amst. G.	=	10000 :	10046
1 Pf. Amst. G.	: 1 Cent. Amst. G.	=	1 :	100
1 Centner	: 1 Thaler Banko	=	4 :	1
1 Thaler Banko	: 1 Groot Banko	=	100 :	1
1 Groot Banko	: 1 Livr. Tourn.	=	3 :	$52\frac{1}{2}$
1 Livr. Tourn.	: 1 Fr. ohne Spes.	=	5926 :	6000
1 Fr. ohne Spes.	: 1 Fr. mit Spes.	=	100 :	$101\frac{1}{2}$
Folgl. 1 Myriagr.	: 1 Fr. mit Spesen	=	4,522 :	1

auch 1 : 0,22114.

Das Pari ist 1 Myriagramm = 4,522 Franks mit Spesen; auch 0,22114 Myriagramm = 1 Franks mit Spesen; dieses lezte heißt für 1 Frank kauft man nur 0,22114 Myriagramm; oder 2 Kilo- 2 Hekto- 1 Deka- 1 Gramm. nebst 4 Dezigramm.

Anmerk. Der vielfache Gebrauch, den man von der Kettenregel vorzüglich in den Kaufmännischen Rechnungen, und nun auch, wie es einige der obigen Exempel zeigen, bei Verwandlungen der ausländischen Mase- und Geldsorten in die der republikanischen, machen muß, haben mich bewogen, diese Regel mehr auseinander zu setzen, als es die Grenzen dieses Buches zu erlauben scheinen. Aber ich wollte zeigen, daß, wenn man einmal die Verhältnisse der Geldsorten, entweder nach dem Kourse, oder nach dem innern Werthe kennt; ferner, wenn man die Verhältnisse der verschiedenen Masearten kennt, die zur Ausfindung einer Verhältniß eintreten, man die Kettenregel leicht anordnen könne. Es ist also gewiß nicht die Schwierigkeit zu rechnen Schuld, wenn Handlungszöglinge Jahrelang mit Erlernung der Kettenrechnung zubringen, sondern die

Schuld ist, daß sie sich die Verhältnisse, die in jede Rechnung eintreten, nicht deutlich denken, nicht so denken, wie sie in die Rechnungssprache übersezt werden müssen. Die Ursache dieser Undeutlichkeit liegt theils im Unterrichte, theils aber selbst in den Lehrbüchern zur Handlung. Ich rathe solchen Anfängern, weit weniger sich mit Nachrechnungen der Exempel, als mit der Verdeutlichung der Begriffe abzugeben; nämlich, beständig es zu versuchen, ob sie es deutlich verstehen, wenn nur Verhältnisse angegeben sind, um daraus eine unbekannte Verhältniß, und das Pari zu berechnen, oder ob das Pari angegeben ist, und man soll aus jedem Pari die Verhältniß angeben, und auch wieder eine neue, unbekannte, aber gesuchte Verhältniß, und so ein gesuchtes Pari berechnen.

Es läßt sich dem obigen Vortrage von der Kettenregel nichts mehr zusetzen; und ein ganzes Heer von Exempeln wird auch nicht viel nutzen, wenn nicht beständig die dunkele Kunstsprache der Kaufleute dabei erläutert würde; dieses lezte kann hier die Absicht nicht seyn, da würde das Buch zu dik werden. Es giebt Handlungs-Rechenbücher genug, möchte doch weniger Dunkelheit im Vortrage seyn!

Uiber die Mase, wodurch der Inhalt der Felder, Wiesen, Wälder ꝛc., dann, wodurch das Holz, Steinhaufen ꝛc., gemessen werden.

I. Von den Feldmasen.

§. 71. Man hat von jeher zum Feldmas die Quadratfigur, d. h. eine ebene viereckigte Fläche angenommen, die vier rechte Winkel und vier völlig gleiche Seiten hat. Begreiflich hängt nun die Größe dieses Masstabes von der Größe der Seite ab.

So würden die Feldmasstäbe wie Rahmen aussehen, aber, wenn man einmal einen solchen Rahmen zur Einheit angenommen, nämlich von einer Seitenlänge, die ein bekanntes Mas ist, z. B. eine Ruthe, Klafter, so begreift man hier, (wie in §. 13) daß man auch solche kleinere Rahmen haben müsse, um die Reste auszumessen, in welche der größere Rahmen nicht mehr ganz eingelegt werden konnte. Diese kleinere Rahmen sind denn auch wieder Quadrate, und ihre Seiten sind von der Länge, wie es die Unterabtheilung der Seite am Einheits-Rahmen war. So war ehedem die Ruthe in Schuh, und der Schuh in Zoll eingetheilt; daher mußte man Rahmen vom Quadratschuhe, eben so vom Quadratzoll haben.

Dermalen soll ein Rahmen von 10 Metern zur Grundeinheit des Feldmessens dienen, und dieses Mas heißt: Are. Man begreift sogleich, daß die erste Unterabtheilung der Are, nun der Quadratmeter sey, und dieser Rahmen heißt: Centiare; der Rahmen, dessen Seite ein Dezimeter ist, heißt: Dezimilliare; weiter pflegt man bei Feldern die Abtheilung nicht zu machen. Beim Ausmessen der Flächen der Bretter und Wände, kann man auch noch Quadrate annehmen, deren Seite ein Centimeter ist.

Diese Masstäbe dicht an einander in die zu messende Oberfläche legen, dabei aber richtig zählen, wievielmal das Einheitquadrat, und die Quadrate der Unterabtheilung nebeneinander in die Fläche gelegt werden konnten, das hieße: Die Oberfläche messen. So muß man sich die geschehene Ausmessung der Felder, Wiesen, Wälder ꝛc. vorstellen, obschon dieses natürliche Messen, nicht nach der eben beschriebenen Weise ausgeübt wird.

Die Geometrie hat nämlich andere Kunstregeln entdekt, wodurch man auf eine viel leichtere, geschwindere und sichere Art solche Ausmessungen zu Stande bringt; diese Regeln können hier nicht gelehrt werden, aber, wie gesagt, die obige Vorstellung ist richtig und wahr.

Hierher gehört aber, zu zeigen, wie man die Rechnungen macht, wobei die Frage ist, alte Feldmase in die neuern, und neuere in die alten zu verwandeln.

Diese Rechnungen sind leicht, wenn man nur die gehörige Verhältniß der alten und neuen Feldmase kennt. Leider waren die alten Feldmase so verschieden, daß man kaum begreifen konnte, wie groß ein Stück Feld, oder Wiese, oder Wald war, wenn man dessen Inhalt durch Morgen, Ruthen und Schuh angab; denn

erstlich war es an verschiedenen Orten, ja selbst zuweilen in dem nämlichen Orte verschieden, wieviele Quadratruthen man auf den Morgen nahm —; bald nannte man 180, bald 160, bald 140, bald 120, bald 100 Ruthen einen Morgen;

zweitens enthielt nicht nur die Ruthe in der Länge, (d. h. die Seitenlinie am Quadratrahmen, den man die Quadratruthe nannte) eine verschiedene Anzahl Schuhe, nämlich bald 16, bald 15, bald 12 Schuh, sondern;

drittens auch selbst der Schuh war von verschiedener Länge, wie das hinlänglich aus den Tabellen erhellet.

Wegen diesen unzähligen Unregelmäßigkeiten können nur allgemeine Regeln zum Rechnen, aber nicht wohl

einzelne Tabellen angegeben werden, wie man die alten Feldmaſe gegen die neuern abgleiche, wo bei den leztern der Dekameter oder der einfache Meter die Seitenlinie am Quadrat-Masſtabe iſt.

§. 72. Die Namen und die Größe der neuen Feldmaſe ſind: Die Are ein Quadrat, deſſen Seite 10 Meter ſind. In aufſteigender Größe hat man den Hektare, deſſen Seite 100 Meter ſind; und ein Quadrat Hektare enthält 100 Q. Are, oder 10000 Q. Meter. Man könnte die Hektare den neuen Morgen, und die Are etwa den neuen Viertelmorgen nennen. In abſteigender Größe hat man: den Quadratmeter (Centiare); es gehen 100 Q. Meter auf den Are; dann folgt der Quadratdezimeter (der Dezimilliare), wovon 100 auf den Q. Meter gehen. Kleinere Feldmaſe ſind nicht üblich. Der Q. Centimeter, deren 10000 auf den Quadratmeter gehen, wird bei ſolchen Flächen gebraucht, die man bis zu kleinſten Theilen ausmeſſen will; z. B. bei Brettern von ſeltenern Holzarten; bei Flächen, die mit koſtbaren Farben, oder Firniſſen ſollen überzogen werden u. d. gl. Auch pflegt man die Q. Centimeter noch in die Rechnungen aufzunehmen, wobei man ſehr genaue Verhältniſſe ausdrücken will, z. B. bei Fertigung der Vergleichungs-Tabellen, von alten und neuen Flächenmaſen, wie weiter unten wird gelehrt werden.

§. 73. I. In der Geometrie wird bewieſen, daß in dem größern Quadrat-Masſtabe ſoviele kleinere, oder Unterabtheilungs-Quadrate ſind, als es das Faktum angiebt, welches entſteht, wenn man die Längenabtheilungen der Seite des größern Masſtabes zweimal als Faktor braucht. Z. B. Es ſey die Ruthe der größere Masſtab, und ſie werde in 16 Schuh, der Länge nach, abgetheilt, ſo enthält die Quadratruthe 16mal 16, oder 256 Quadratſchuh; wäre die Ruthe in 15 Schuh getheilt, ſo enthält ſie 15mal 15, oder 225 Quadratſchuhe. Iſt der Schuh in 12 Zoll eingetheilt, ſo enthält der Quadratſchuh 12mal 12, oder 144 Quadratzolle.

Man pflegte in ſpätern Zeiten die Länge der Ruthe (gewöhnlich 16 Schuh) in 10 Theile zu theilen, und hieß dieſes $\frac{1}{10}$ der Ruthe: Dezimal-Feldſchuh, auch ward dieſer Feldſchuh wieder in 10 Theile getheilt, deren ein jeder Dezimal- oder Feldzoll hieß; dieſe Eintheilung erleichtert die Rechnungen ungemein, wie nun bei dem neuen Maſe gezeigt werden ſoll.

Digitized by Google

II. Da die Abtheilungen der neuen Längenmaſe nach 10 geſchieht, ſo enthält jedes größere Quadrat 100 von denen, deren Seitenlänge $\frac{1}{10}$ von der Seitenlänge des größern Quadrat-Maſſtabes iſt, weil hier (nach I. gerechnet) 10mal 10, die 100 geben. So enthält eine Are 100 Quadratmeter; daher iſt die obige Benennung des Quadratmeters (Centiare, Hundertel der Are) ſehr richtig; und ſo ſind 100 Quadratdezimeter ein Quadratmeter; und die Are enthält nun nothwendig 100mal 100 Quadratdezimeter; und der Dezimeter heißt mit Rechte: Dezimilliare (Zehntauſendstel der Are.)

Anmerk. Dergleichen Fakta, wobei zwei gleiche Faktoren ſind, heißen: Quadratzahlen; dabei wird dann die Zahl, die als Faktor zweimal gebraucht wird, die Wurzel genannt. Macht man ein Faktum aus einer Zahl, ſo daß dieſelbe dreimal als Faktor vorkömmt, ſo heißt das Faktum: Die Wurfelzahl, (auch: Kubikzahl) und der einfache Faktor wieder: die Wurzel. In dem folgenden Unterrichte wird man ſagen: Das Quadrat von der Zahl 16, oder 12, oder 10, oder auch das Quadrat von der Zahl, welche ſoviele Einheiten hat, als Unterabtheilungen in der Seite des größern Quadrat-Maſſtabes ſind; eben ſo: die Kubikzahl von der Zahl 16, oder 6, oder 4, oder von 10, oder von 100 ꝛc., wo dann 16, oder 6, oder 4, oder 10 ꝛc. die Wurzel iſt, die zu Berechnung der Kubikzahl dreimal als Faktor vorkommen muß.

III. Man findet in alten Lagerbüchern, (ſo heißen die Verzeichniſſe der Felder, Wieſen, und Waldungen einer Gemeinde) daß, wenn die Ruthe in der Länge 16 Schuh enthielt, auch die Quadratruthe nur in 16 Schuhen angemerkt war. Dieſe Art Schuh hat man auch Riemen- oder Streifſchuh genannt, weil ſie im Grunde ſo zu verſtehen ſind, als werde die Quadratruthe in 16 Streife getheilt, deren jeder eine Ruthe lang und 1 Schuh breit iſt; begreiflich enthält demnach ein ſolcher Streifſchuh 16 richtige Quadratſchuh.

IIII. Wenn man alte Quadratruthen in Quadratſchuhe verwandeln will, ſo wird erſt die Quadratzahl von der Zahl Schuh gemacht, die die Länge der Ruthe ausmachen, und mit dieſer Quadratzahl wird die angegebene Ruthenzahl multiplizirt. Z. B. Es ſey die Länge der Ruthe 16 Schuh, und angegeben 248 Q. Ruthen in Q. Schuh zu verwandeln, ſo wird die Zahl 248 mit 256 multiplizirt, und das Faktum 63488 iſt die Zahl Q. Schuhe, welche die 248 Q. Ruthen ausmachen. Hätte die Ruthe in der Länge nur 15 Schuh, und es ſollte die obi-

Digitized by Google

ge Ruthenzahl in Schuh verwandelt werden, so würde 248 mit 225 multiplizirt, und die Quadrat-Schuhzahl ist 55800.

Auf eben die Art, wird eine gegebene Zahl Quadratschuh in Quadratzolle verwandelt, wenn man mit 144 (als dem Quadrate von 12) die Zahl Schuh multiplizirt. So enthält eine Quadratruthe 256 Schuhe, und diese mit 144 multiplizirt, giebt 36864 Q. Zolle, die eine solche Q. Ruthe enthält.

V. Sollte man, umgekehrt, kleinere Q. Maße von der obigen alten Abtheilung in größere Q. Maße verwandeln, so wird mit der Q. Zahl der kleinern Abtheilung in die angegebene Zahl der größeren Q. Maße dividirt. Z. B. Man fragt, wieviele Q. Schuh die Q. Zollzahl 798480 enthalte. Dividirt man mit 144, so ist der Quotient 5545 Q. Schuh, und diese Zahl Q. Schuh in Q. Ruthen zu verwandeln, wird mit 256 dividirt, das giebt 21 Q. Ruthen, nebst 169 Q. Schuh.

VI. Die obigen Verwandlungen in IIII. und V. werden bei den Maßen, deren Unterabtheilung nach 10 gemacht ist, ungemein leicht, weil die Multiplikationen mit 100, oder 10000, und die Divisionen mit eben solchen Divisoren leicht zu machen sind. (Man sehe §. 19, V. und §. 26, V.) Z. B. Es sollen 278 Are (d. i. 2 Hektare, nebst 78 Aren) in Quadratmeter, (Centiare) verwandelt werden, so hat man 27800 Q. Meter, und 2780000 Q. Dezimeter (Dezimilliare.)

VII. Will man kleinere neue Feldmaße in höhere verwandeln, so ist dieses eben so leicht; indem man nur immer die angegebene Zahl der kleinern Feldmaße mit 100 dividirt, um die nächstfolgende höhere Gattung zu haben. Z. B. Man hat 578964 Quadratmeter, wieviele Are und Hektare enthält diese Fläche? Man hat nur die zwo lezten Stellen für die Q. Meter abzuschneiden, und man hat 5789 Are und 64 Q. Meter (Centiare); die Zahl 5789 Are giebt, eben so behandelt, 57 Hektare, nebst 89 Aren, so, daß die obige Zahl nun, nach den drei stuffenmäßig absteigenden kleinern Feldmaßen verwandelt und ausgedrukt ist.

Ferner man fragt: Wieviele Hektare geben 58403 Q. Dezimeter? Die Antwort ist, 0,058403 Hektare. Denn, weil 100mal 100, oder 10000 Q. Dezimeter eine Are, und 100 Aren einen Hektare; d. i. 100mal 10000 Q. Dezi-

Digitized by Google

meter einen Hektar machen; so müßte die Zahl mit 1000000 dividirt werden, welches offenbar 0,058403 giebt (§. 26, V.) Indessen könnte man auch diese Verwandlung nach und nach, wie in dem ersten Exempel, zu Stande bringen. Man hat, wenn man erst zwo Stellen für die Q. Dezimeter abschneidet, 584 Q. Meter nebst 03 Q. Dezimeter, und, von 584 wieder zwo Stellen für die Q. Meter abgeschnitten, giebt 5 Are nebst 84 Q. Meter; aber 5 Are sind 0,05 Hektare, weil es ja 5 Hundertel des Hektare sind.

Verwandlungen der angegebenen alten Feldmase in neue, und umgekehrt, der neuen in die alten.

§. 74. Die Rechnungsregel aller dieser Verwandlungen ist: Man mache die Quadratzahlen von den Mastheilen, wodurch die Längen an den Quadratmasstäben ausgedrukt werden, und da verhalten sich diese Masstäbe in ihrer Größe, gerade wie die gedachten Quadratzahlen. Hierbei ist nun wegen §. 46, I. nöthig, daß beide Quadratzahlen in einerlei Art Einheiten angegeben werden. Die folgenden Beispiele werden das vollständig erläutern.

Die Ruthe eines Ortes, z. B. zu Speier enthalte 16 Speierer Schuh. Man verlangt zu wissen, wie sich die Quadratruthe zu Speier zum Are, verhalte, und auch wie sich das Pari beider Masstäbe ausdrücke.

Nach der II. Tabelle enthält der Speierer Schuh 0,28889 Meter; daher 16mal 0,28889 ist die Länge der Ruthe in Metertheilen; oder 4,62224.. Diese Zahl quadrirt, giebt 21,3651026176, wovon man nur etwa die 4 ersten Dezimalbruchstellen beibehält; das gäbe

1 Q. Meter : 1 Q. Ruthe = 1 : 21,3651, oder
auch = 10000 : 213651.

Hieraus hat man:
erstlich 21,3651 Q. Meter = 1 Q. Ruthe,
oder auch 213651 Q. Meter = 10000 Q. Ruthen;
zweitens 1 Q. Meter = 0,0468 Q. Ruthen.

Anmerk. Das Pari unter: erstlich giebt, wieviele neue Q. Maseinheiten auf eine alte Q. Maseinheit gehen; beide Einheiten sind dabei benannt. Das Pari unter: zweitens giebt, wieviele alte Q. Maseinheiten auf 1 neue Q. Maseinheit gehen.

Der Dezimalbruch bei erstlich drükt ganz zwekmäßig die neuen Unterabtheilungen aus; z. B. oben ist die Zahl der Q.

Meter ganz zweckmäßig mit 21 ganze Q. Meter, nebst 36 Q. Dezimeter, und 51 Q. Centimeter, angegeben.

Der Dezimalbruch unter zweitens läßt sich nach der Weisung (§. 62) schicklicher in alten Q. Abtheilungen angeben. Ich nehme in diesen Rechnungen nicht Streifschuh, sondern Quadratschuh und Quadratzolle an. Den obigen Bruch 0,0468 mit 256 multiplizirt, giebt die alten Quadratschuhe, (nach §. 73, IIII.) Die Zahl ist 11 ganze, nebst noch 0,9808 Q. Schuhe, und diesen Bruch mit 144 multiplizirt, giebt die Q. Zolle in 141 nebst noch 0,2352 Q. Zolle.

Den Bruch von Quadratzoll kann man gewiß weglassen, wenn man nur eine einzelne Ausgleichung sucht; aber wenn man Tabellen von Vielfachen machen will, so ist es einigermaßen nöthig, ihn beizubehalten, und gilt hier die Bemerkung in der Anmerk. (Seite 144.)

So enthält 1 Q. Meter 11 Q. Schuh, 141 Q. Zolle, nebst noch 0,2352 Q. Zolle, die etwa 33 $\frac{3}{4}$ Q. Linien sind.

Wenn man die Verhältniß der Are zur Q. Ruthe bestimmen wollte, so ist das nun sehr leicht; da die Zahl 21,3651 Q. Meter (nach §. 73, VII.) mit 100 dividirt, welches 0,213651 Are giebt, und daher

1 Are : 1 Q. R. = 1 : 0,213651, oder 1000000 : 213651;

woraus sich die obigen Pari, für erstlich und zweitens wieder rechnen lassen.

Indessen scheint es zweckmäßiger, die Are mit dem ehemaligen Viertelmorgen zu vergleichen, weil die Größe dieser beiden Flächen nicht so sehr verschieden sind, wie die der Are und Q. Ruthe.

Ich nehme an, daß der Viertelmorgen 40 Q. Ruthen enthalte, und so ist 40mal 21,3651 die Zahl Q. Meter für 1 Viertelmorgen. Die Zahl ist 854,6040 Q. Meter, oder 8,546040 Aren; daher wäre

erstlich das Pari 1 Viertelmorgen = 8,546040 Aren, und 1 Are : 1 Viertelmorgen = 1 : 8,546040, oder = 100000 : 854604.

Zweitens. 1 Are = 0,117013 Q. Ruthen.

Diesen Bruch in Q. Ruth., Q. Schuh, und Q. Zoll verwandelt, giebt die Are = 4 Q. Ruthen, 10 Q. Schuhe und 10,659640 Q. Zoll.

Anmerk. Sollte die Ruthe nicht 16 Schuh, auch der Viertelmorgen nicht 40 Q. Ruthen, nämlich weniger oder mehr enthalten, so bleibt das obige Rechnungsmuster doch, weil oben §. 73, IIII. die Rechnung mit den gehörigen Zahlen zu machen ist.

Zweites Exempel. Man will den Mainzer Morgen zu 120 Q. Ruthen mit dem Are, und Hektare vergleichen, und das Pari berechnen.

Digitized by Google

Die Tabelle giebt den Mainzer Schuh (den gewöhnlichen Werk- oder größern Schuh) in 0,2915 Meter, daher 16mal 0,2915 oder 4,6640 Meter ist die Länge der Ruthe; die Q. Ruthe enthält daher 21,752896 Q. Meter, wofür man 21,7529 annehmen kann; daher ist

1 Q. Ruthe : 1 Q. Meter = 21,7529 : 1, oder = 217529 : 10000; und das Pari 1 Q. Ruthe = 21,7529 Q. Meter; d. i. 21 ganze Q. Meter, 75 Q. Dezimeter, und 29 Q. Centimeter und 1 Q. Meter = 0,045966 Q. Ruthen, dieser Ruthenbruch mit 256 (nach §. 73, III.) multiplizirt, giebt die Q. Schuh, und den dabei noch herausgekommenen Dezimalbruch mit 144 multiplizirt, die Zolle. Nach einer solchen Rechnung erhält man, daß der Q. Meter ausmache 11 Q. Schuh, und 110,26944 Q. Zolle.

Da der Are 100 Q. Meter ist, so kann man die Q. Ruthe mit dem Are vergleichen; nämlich, man multiplizirt das eben gefundene Pari von 1 Q. Meter zur Q. Ruthe mit 100, das giebt 100 Q. Meter = 4,5966 Q. Ruthen, (§. 19, V.) oder 1 Are ist = 4,5966 Q. Ruthen, wobei der Bruch mit 256 multiplizirt, die Quadratschuh, oder mit 16 multiplizirt, die Streifschuh giebt; und man kann hier, wie oben gezeigt worden, den Ruthenbruch in Q. Schuh und Q. Zollen angeben.

Den Hektare mit dem Morgen zu vergleichen; den Morgen zu 120 Q. Ruthen angenommen.

Die Meterzahl 21,7529, die eine Q. Ruthe macht, mit 120 multiplizirt, giebt 1 Morgen = 2600,3480 Q. Meter, oder 26 Are 0,3480 Q. Meter; und 1 Q. Meter = 0,000384563 Morgen. Weil nun 10000 Q. Meter eine Hektare machen, so ist 10000 Q. Meter oder 1 Hektare = 3,84563 Morgen.

Anmerk. Die berechneten Exempel zeigen hinlänglich, wie man sich für jedes Ort, Tabellen von dem Pari der alten und neuen Flächenmaße, dann von dem Pari der neuen Maße in Theilen der alten Maße berechnen könne. Man muß bei solchen Rechnungen folgende Zahlen haben:

a) Die Zahl Metertheile, die einen Schuh ausmachen. Man findet solche in den Haupttabellen.

b) Wieviele solcher Schuh auf die Ruthe in der Länge genommen wurden.

c) Wieviele Quadratruthen auf den Morgen angenommen wurden.

Die Tabelle VII., die als Muster zu solchen Rechnungen dienen kann, giebt die obigen Zahlen an, mit welchen nach den vorstehenden Regeln gerechnet wurde.

Die Vielfachen sind nach §. 63 berechnet worden.

Digitized by Google

Von den Klumpen-Masen.

§. 75. I. Die Masstäbe, welche gebraucht werden, um Brennholz sowohl, als Holzstämme, Balken, u. d. gl., dann, um Steinhaufen, Mauern, d. h. solche Dinge zu messen, die man nicht wie Körnerfrüchte und Flüßigkeiten mit dem Litter eichen kann, heißen Körpermasstäbe, auch Kubikmase.

Die Geometrie hat bestimmt, daß die schiklichste Form eines solchen Masstabes der Würfel sey. Jedermann kennt die Figur eines Würfels, nämlich einen Klumpen, den 6 richtige Quadrate umschließen; daher sagt man, dieser Körper ist eben so hoch, als er lang und breit ist; und die Linie, die diese Länge, oder Breite, oder Höhe angiebt, ist: Die Seitenlinie am Würfel. Die neue Körper-Maseinheit ist der Würfelmeter (Kubikmeter), und man nennt diese Maseinheit: Stere.

II. Aus geometrischen Gründen ist es bewiesen, daß, wenn die Seitenlinie des Würfels in eine Zahl gleicher Theile getheilt ist, oder (welches eben das ist) wenn die Seitenlinie aus einer Anzahl gleicher Längen zusammengesezt ist, man den Inhalt des Würfels durch die Würfelzahl dieser Längentheile (§. 73, Anmerk.) ausdrücke. So enthält die Stere 10mal 10mal 10, oder 1000 Kubikdezimeter; und ein Kubikdezimeter enthält 1000 Kubikcentimeter u. s. w.

Würde man eine Seitenlinie von 10 Meter nehmen, so würde der Würfel einer solchen Linie nun 1000 Kubikmeter enthalten, einen solchen Würfel könnte man Kilostere heißen.

Hätte man eine Würfelruthe, so würde man die darinn enthaltenen Würfelschuhe durch die Würfelzahl von 16, d. i. durch 4096 ausdrücken; und 1 Würfelschuh enthält soviele Würfelzoll, als es die Würfelzahl von 12 angiebt, oder ein Würfelschuh enthält 1728 Würfelzolle; und so sind in einer Würfelruthe 4096mal 1728, oder 7077888 Würfelzolle.

III. Einen Holzstoß, Mauer oder Steinhaufen ausmessen, heißt auch finden, wievielmal der Maswürfel (die angenommene Maseinheit) und die kleinern Würfel, die aus den Unterabtheilungen der Seite des Maswürfels (nach oben II.) entstehen, in diesem auszumessenden Klumpen enthalten seyen. Die Vorstellung, wie der gleichen Körpermessungen vollzogen werden, ist: Zählen,

Digitized by Google

oder durch eine Zahl angeben, wievielmal diese Maswürfel in dem zu messenden Klumpen neben- und aufeinander gestellt werden können. Allein die wirkliche Ausmessung geschieht nicht nach diesem Begriffe. Der Geometer weis nämlich:

Erstlich, daß man die Länge und Breite der Grundfläche des zu messenden Klumpens nach sichern Regeln, und zwar mit der Seite des Maswürfels mißt; und dann durch Multiplikation dieser beiden Linienmase (der Länge und Breite) ein Factum erhält, welches die Quadratmase angiebt, wodurch die Grundfläche ausgemessen wird. Nur ist die Foderung, daß beide Faktoren (d. i. die Zahlen, wodurch man die Mastheile der Länge und Breite angiebt) in einerlei und solchen kleinsten Masabtheilungen ausgedrukt sind, als es die eine von diesen beiden Zahlen ist, die in dem kleinsten Abtheilungsmase angegeben ist. Z. B. Die Länge an einem zu messenden Klumpen sey 4,58 Centimeter und die Breite 2,7; so muß man setzen 2,70, damit auch diese Zahl Centimeter sey; und das Faktum ist 123660 Q. Centimeter, oder 12 Q. Meter 36 Q. Dezimeter 60 Q. Centimeter (§. 73, VII.)

Zweitens. Die Zahl, wodurch der Quadratinhalt der Grundfläche ausgedrukt ist, wird mit der Höhe (einer senkrechten Linie, die wieder der Geometer zu legen und zu messen versteht) multiplizirt, wobei abermals zu beobachten ist, daß diese Höhe in den nämlichen Masabtheilungen angegeben ist, worinn oben die Länge und Breite angegeben war. Z. B. Es sey 2,84 Meter die Höhe des obigen Klumpen, wovon so eben die Grundfläche berechnet ist, so wird, weil hier schon die nämlichen kleinsten Mastheile sind, wodurch die Grundfläche ausgedrukt ist, 123660 mit 284 multiplizirt, das Faktum 35109440 giebt den Kubikinhalt in Q. Kubikcentimeter. Wäre die Höhe 2 Meter gewesen, so hätte man 200 setzen müssen, um auch diesen Faktor in den nämlichen kleinsten Mastheilen zu haben, wie die beiden obigen, welche die Länge und Breite angaben. Noch ein Exempel: Die Länge sey 7,2 Meter, die Breite 0,928 Meter, die Höhe 3,45; so wird gerechnet, wenn man die Faktoren vorerst so zubereitet: die Länge 7,200, die Breite bleibt 0,928, die Höhe 3,450; nämlich alle so, wie es einer dieser Faktoren angiebt, der in den kleinsten Mastheilen ausgedrukt ist; hier war nämlich die Breite in Millimeter, daher mußten sie alle in Millimeter ausgedrukt seyn. Der Inhalt dieses Körpers, für welchen

die hier angegebenen Messungen gelten, ist: 23,050520000 Kubikmeter.

IIII. Die obigen und ähnliche Fakta, welche den Kubikinhalt der ausgemessenen Klumpen angeben, und wovon die Masabtheilung Dezimal war, sind nun sehr leicht in die verschiedenen höhern Maseinheiten zu verwandeln; nämlich, wenn man für jede kleinere Masabtheilung drei Stellen abschneidet; (eigentlich mit 1000 dividirt nach oben II.) Auf diese Art ist das obige erste Faktum 35 ganze Kubikmeter, 119 Kubikdezimeter, und 440 Kubikcentimeter; das andere Faktum ist 23 ganze K. Meter, 050 oder 50 K. Dezimeter, 520 K. Centimeter, und 000 K. Millimeter.

V. Umgekehrt, wollte man höhere Kubikmase in nächstfolgende kleinere Abtheilungen verwandeln, so wird, wenn die Abtheilungen Dezimal sind, mit 1000 multiplizirt (drei Nulle angehängt nach §. 19, V.) Z. B. man soll 56 Kubikmeter in K. Dezimeter verwandeln, so giebt das 56000 Kub. Dezimeter; wollte man die Zahl in K. Centimeter haben, so wäre sie 56000000 K. Centim. u. s. w.

VI. Würde man dergleichen Ausmessungen nach alten Masen, und deren Abtheilungen, machen, so werden die Rechnungen sehr beschwerlich. Z. B. Es sey die Länge in 1 Ruthe 5 Schuh, oder in 21 Schuh; die Breite in 8 Schuh 3 Zoll angegeben, so muß hier schon die Länge, oder 21 Schuh in Zolle verwandelt, oder 12mal 21, oder 252 Zolle für die Länge genommen werden, eben so die Breite mit 12mal 8 nebst 3 Zolle, oder mit 99 Zollen angegeben werden; dann beide Zollzahlen multiplizirt, giebt 24948 Q. Zolle. Nun sey die Höhe 12 Schuh 8 Zoll, oder 152 Zolle; diese Höhe mit der obigen Zahl 24948 multiplizirt, giebt 3792096 Kubikzolle. Diese Zahl mit 1728 dividirt, (nach oben II.) giebt die K. Schuhe im Quotient, nämlich 2194 K. Schuh nebst 777 K. Zollen. Man sieht, (aus II.) daß diese Zahl K. Schuh noch keine K. Ruthe enthalten. Auch die Verwandlungen der alten Mase werden nach den obigen Vorschriften in IIII. und V. gemacht, wobei man die Zahlen in II. brauchen mußte.

Anmerk. Die obige Art, Körper- oder Klumpenmessungen auszurechnen, mußte hier gezeigt werden, weil man ohne diese Kenntniß die nachfolgenden Vergleichungen, und Vergleichungstabellen der alten und neuen Mase nicht machen und nicht verstehen kann.

Digitized by Google

§. 76. Wenn man die neuen und alten Kubikmaſe gegen einander vergleichen will, ſo müſſen die Kubikzahlen von denen Zahlen gemacht werden, welche die Verhältniß dieſer Maſe in der Linie ausdrücken. Die Verhältniß der Linien findet man in der erſten Kolonne der erſten Spalte, der Haupttabellen.

Z. B. Man will den Kubikmeter mit dem alten Kubikſchuh, oder den Kubikmeter mit der alten Kubikruthe vergleichen, ſo geſchieht dieſes auf die folgende Weiſe: Der Schuh von Kaiſerslautern werde hier zum Beiſpiele gebraucht, und er iſt 0,278342 Meter, wovon man nur die erſten 3 Dezimalbruchſtellen, oder 0,278 anzunehmen braucht, weil die Vergleichung doch genau genug wird. Demnach 1 Schuh = 0,278 Meter, oder 1000 Schuh = 278 Meter; dieſe ſind die Vergleichungszahlen in der Linie; und beide Zahlen kubirt, (§. 73, Anmerk.) giebt 21484952 Kubikmeter = 1000000000 Kubikſchuh, oder 1 K. Meter = 46,544204 K. Schuh; auch iſt 0,021484952 K. Meter = 1 K. Schuh, oder 1 K. Schuh zu Kaiſerslautern macht 21 K. Dezimeter 484 Kub. Centimeter 952 Kub. Millimeter.

Wollte man den obigen Bruch, der nebſt den 46 ganzen K. Schuh, den Inhalt des K. Meters ausdrükt, in K. Zolle verwandeln, ſo müßte 0,544204 mit 1728 multiplizirt werden (nach §. 42.) Würde gefodert, die Kubikruthe (deren Länge ich 16mal 0,278 oder 4,448 Meter hier ſetze) mit dem K. Meter, oder der Stere zu vergleichen, ſo müßte von 4,448 die Würfelzahl gemacht werden, und die iſt 88,002365392; ſo ſieht man nun, daß die K. Ruthe 88mal, nebſt ſovielmal, als es der obige Bruch angiebt, größer ſey, als der Meter; und das Pari iſt 1 Kub. Ruthe = 88,002365392 K. Meter; und 1 K. Meter = 0,01136333 K. Ruthe. Dieſen Bruch (nach §. 75, II) mit 4096 multiplizirt, giebt die K. Schuh, die er enthält; und weil dabei, nebſt den ganzen K. Schuh noch ein Bruch herauskömmt, ſo wurde dann dieſer noch mit 1728 multiplizirt, die K. Zolle geben. Auch könnte man den obigen Bruch ſogleich mit 7077888 multipliziren, erhielt man die K. Zolle, die man dann mit 4096 dividiren konnte, um die K. Schuh zu erhalten.

Anmerk. Dieſe Vergleichungen betreffen eigentlich die Masſtäbe zu Körpermeſſungen, und von dieſen Masſtäben wird vorausgeſezt, daß ſie die Form von Würfeln haben. Die folgenden Rechnungen beziehen die Verwandlung der alten in neue, oder der neuen in alte Maſe, von wirklich ausgemeſſen Klumpen; d.

h. sie zeigen, wie man durch Rechnung finden könne, wieviel der gemessene Klumpen in neuen Masen betrage, wenn er nach alten gemessen, oder wieviel er in alten betrage, wenn er nach neuen gemessen war.

§. 77. In Mainz war es üblich, die Haufen Pflastersteine auf folgende Art zu messen. Zuerst mußten sie so aufgesezt werden, daß der Haufen eine rechtwinklichte, und wo möglich, eine ebene Grundfläche bilde, die Länge und Breite dieser Grundfläche ward gemessen, eben so die Höhe, wobei man sich zu berichtigen suchte, wenn etwa die Grundfläche keine richtige Ebene war; die Rechnung ward nach §. 75, III. gemacht. Der Inhalt wurde in Schuhen angegeben; und da nannte man bei Pflastersteinen 288 Kub. Schuh eine Ruthe; und man dividirte in den berechneten Inhalt des Haufens mit 288, um die Ruthe zu haben.

Ganz auf die eben beschriebene Weise wurden die Mauersteine zu Haufen gelegt, und gemessen, aber, weil man bei diesen Steinen 256 K. Schuh eine Ruthe hieß, so ward mit 256 in den berechneten Inhalt dividirt, um die sogenannten Ruthen zu haben.

War eine Mauer zu machen, oder fertig, so ward, um die Menge aufgegangener Mauersteine zu berechnen, die obige Zahl doppelt genommen; d. h. man rechnete 512 K. Schuh auf die Ruthe vermauerter Steine, wahrscheinlich nahm man an, daß Kalk und Sand eben soviel betrage, als die zur Mauer aufgegangenen Steine.

Bei Keller- und Fundamentgruben wurden wieder 256 K. Schuh auf die Ruthe gerechnet.

Um nun die eben gedachten Ruthen mit der Stere zu vergleichen, kömmt es einzig darauf an, den Kubikschuh mit dem K. Meter in Vergleichung zu haben; oder die Zahl Kubik-Metertheile zu finden, die einen Kubikschuh ausmachen. Der Mainzer Werkschuh ist 0,2915 Meter; wovon man höchstens nur 0,291 anzunehmen braucht; diese Zahl kubirt, giebt 0,024642171, oder 24 Kub. Dezimeter 642 K. Centimeter 171 K. Millimeter. Die obige Kubikzahl mit 288 multiplizirt, giebt den Inhalt der Ruthe Pflastersteine in K. Meter, und die ist 7,096945248, oder 7 K. Meter 96 K. Dezimeter 945 K. Centimeter und 248 K. Millimeter, wobei die K. Millimeter weggestrichen werden. So ist nun das Pari: 1 Ruthe Pflastersteine enthält 7 K. Meter 96 K. Dezimeter und 945 K. Centim., und 1 Kub. Meter Pflastersteine = 0,14090 Ruthen.

Dieſer Bruch Ruthen wird in Kubikſchuh verwandelt, wenn mit 288 multiplizirt wird; auch läßt ſich die Rechnung weiter treiben, um die Kubikzolle zu haben, weil hier wieder 1728 K. Zolle auf einen K. Schuh gerechnet werden. Indeſſen ſind dergleichen Rechnungen nicht eben nöthig, weil man gewöhnlich nach dem Preiſe fragt; und ſich die Preiſe der Ruthe, zu dem, der Stere verhält, wie 7,0969 : 1; umgekehrt: der Preis der Stere zu dem der Ruthe, wie 1 : 7,0969.

Es ſey der Preis für 1 Ruthe Pflaſterſteine 3 fl., und man fragt, was der Kub. Meter gelte, ſo ſezt man 7,096945 : 1 = 3 : x, wo ſich x in 0,4227 fl. ergiebt, der Bruch wird nach §. 58 in Kr. verwandelt.

Wollte man die Ruthe Mauerſteine mit dem Kubikmeter vergleichen, ſo wird die obige Zahl 0,024642171 mit 256 multiplizirt; dieſes giebt die Ruthe in 6308395776 K. Meter, wofür man 6,308396 brauchen kann. Demnach verhält ſich die Ruthe Mauerſteine zur Stere = 6,308396 : 1, und das Pari 6,308396 Stere = 1 Ruthe, auch 1 Stere = 0,15376 Ruthen. Der Preis wird wieder nach dem obigen Muſter berechnet.

Holzmeſſungen.

§. 78. Der Forſtmann weiß, wie er den Kubikinhalt eines Baumſtammes meſſen ſoll, und es iſt leicht, den Forſtriemen, womit er den Ummeſſer (Peripherie) des Baumes ausmißt, in die Theile des Meters einzutheilen; und folglich nun, nach dem neuen Maſe den Gehalt des Baumes, eben ſo berechne, wie er das nach dem alten Maſe that; wobei der Vortheil der Dezimaltheilung des neuen Maſes gewiß einleuchten wird.

Es iſt wider den Zwek dieſes Unterrichtes, der nur allgemeine Brauchbarkeit ſeyn ſoll, hierüber etwas Ausführlicheres zu ſagen, weil das eben ſo ganz kurz nicht ausfallen möchte. Die, welche entweder rohe oder beſchlagene Baumklötze meſſen und berechnen mußten, mögen immerhin dann, wenn ſie altes Mas zum Ausmeſſen gebraucht haben, ſich der Verwandlungsrechnung bedienen, die in dem vorhergehenden gelehrt, und durch Beiſpiele erläutert worden iſt, und wovon auch noch weiter unten Beiſpiele folgen werden; nämlich berechnen, wieviel in Kubikmetern oder Kubikdezimetern eine gewiſſe Zahl Kubikſchuhe und Kubikzolle ausmache.

Nöthiger

Nöthiger iſt der Unterricht, wie das Brennholz nach dem neuen Maſe gemeſſen, und deſſen Preis beſtimmt werde.

Es iſt nun einmal beſtimmt, daß der Stere ein richtiger Würfel ſeyn ſolle, deſſen Seite ein Meter iſt. Wäre das Scheid oder der Spälter auch genau einen Meter lang, ſo hätte es keine Schwierigkeit, den Meßrahmen zu verfertigen; denn jede Seite an dieſem Rahmen würde nun auch ein Meter ſeyn, und wenigſtens ſo die Geſtalt haben, wie der Meßrahmen, womit der ehemalige Stecken gemeſſen wurde. Unter dieſen Umſtänden würde die Rechnung weniger verwickelt, die man anſtellen muß, um die Größe des Stecken oder der Klafter mit der Größe des Stere zu vergleichen.

Das Brennholz, welches vom rechten Rheinufer in die hieſigen Gegenden zum Verkauf gebracht wird, iſt nicht im Scheide eine Meterlänge, daher muß der Meßrahmen eine richtige verhältnißmäßige Größe haben, in welchen ein Holzſtoß gepakt wird, der doch nur ein Kubikmeter oder Stere iſt, wenn auch die Scheidlänge bald mehr, bald weniger, als einen Meter beträgt.

§. 79. Das ehemalige Holzmas in Mainz und den umliegenden Gegenden hieß: Stecken, und war ein Quadratrahmen, deſſen Seite 4 Kameralſchuh und 4 ſolcher Zolle lang war. Die Spälter hatten gewöhnlich 3, oder $3\frac{1}{2}$, oder 4 Schuh des obigen Maſes.

Die Vergleichung der Stere zu dem Stecken kann nur nach einer vorgängigen genauen Berechnung des Stecken nach den drei gewöhnlichſten Scheidlängen gemacht werden. Denn, da der Meßrahmen zum Stecken bei jeder Scheidlänge der nämliche war, ſo war die Holzmenge verſchieden, aber die Stere ſoll bei jeder Scheidlänge gleichviel Holz enthalten.

Der Inhalt des Stecken wird gefunden, wenn man die Grundfläche (die Fläche des Rahmen) mit der Scheidlänge multiplizirt, (§. 75, II.) weil immer dieſe Grundfläche (der Q. Rahmen) die nämliche bleibt, ſo wird die Rechnung etwas erleichtert.

Die Seite am Steckenrahmen iſt 4mal 0,2875 Meter, nebſt noch 4 Zoll, welche 0,0958 Meter machen; zuſammen alſo 1,2458; dieſe Zahl quadrirt, giebt die Rahmenfläche (Grundfläche zur Berechnung) und iſt 1,55201764. Dieſe Zahl mit der Scheidlänge multiplizirt, (nach §. 75, II.) giebt den Inhalt; daher

I. Der Stecken dreischühiges Holz wird berechnet, wenn man 1,55201764 mit 0,8625 (weil 3mal 0,2875 diese Zahl 0,8625 giebt, welche die 3 Schuh ausdrükt) multiplizirt. Die Rechnung giebt 1,338615214500 Kubikmeter, wofür man 1,338615 nur beizubehalten braucht.

Die Verhältniß ist demnach:
1 Steck. 3schühiges Holz : 1 Stere = 1,338615 : 1, und das Pari ist: 1,338615 Stere = 1 Steck. 3schühiges Holz, auch 1 Stere = 0,74704 Stecken, welches sehr nahe $\frac{3}{4}$ Stecken ist. Die genauere Differenz (nach §. 69) wird gefunden, wenn man den Unterschied dieses Steckenbruchs zu einem Ganzen berechnet, nämlich den Bruch von 1,00000 abzieht, und da ergiebt sichs, daß der Stere um 0,25296 Theile des Stecken kleiner, als der Stekken ist; man sieht hier wieder, daß dieser Unterschied gar weniges mehr, nämlich 296 Hunderttausendstel, oder 3 Tausendstel mehr, als $\frac{1}{4}$ des Stecken betrage; und daher für $\frac{1}{4}$ Stecken angenommen werden kann.

Man kann, wenn man den Preis für den Stecken 3schühiges Holz regulirt hat, die Stere immerhin für $\frac{3}{4}$ dieses Holzes rechnen; den der obige Unterschied, wieviel nämlich der Stere kleiner als $\frac{3}{4}$ Stecken sey, beträgt, wenn der Stecken 5 $\frac{1}{2}$ fl. gilt, kaum 1 Kreuzer am Werthe; denn die Rechnung wäre 1 Stecken : 0,003 = 330 Kr. : x, giebt x in 0,99 Kreuzer.

II. Der Inhalt des Stecken vierthalbschühiges Holz wird durch Multiplikation der Zahl 1,55201764 mit 1,006248 (welches 3 $\frac{1}{2}$ Schuh in Metertheile ist) gefunden. Die Rechnung giebt den Stecken in 1,561714621472 K. Meter, wofür man 1,561715 annehmen kann.

Die Verhältniß ist: 1 Stecken vierthalbsch. : 1 Stere = 1,561715 : 1, und das Pari ist: 1,561715 Stere = 1 Stekken vierthalbsch. Holz, auch 1 Stere = 0,64032 Stecken. Der Unterschied (wie oben in I. gesucht) giebt 0,35968, soviel in Steckentheilen ist die Stere kleiner, als der Stekken vierthalbschühiges Holz. Man kann diesen Unterschied in 0,36 des Stecken setzen. Indessen läßt sich der Preis für den Stere sehr leicht, und nämlich sehr genau aus den obigen Verhältnissen berechnen. Man setze, daß der Steckenpreis sey 7 fl., so wird der Preis für den Stere so gefunden: 1 : 0,64032 = 7 fl. : x. Die Rechnung giebt x = 4 fl. 28 Kr. 3,7 Pfen.

Digitized by Google

Auch hätte man nach der Differenz rechnen können, wenn man annimmt, der Stere sey um 0,36 des Stecken kleiner, so ist auch der Preis der Stere um 0,36 des Preises für den Stecken kleiner; also muß 0,36 des Preises (im Exempel 0,36 von 7 fl.) von dem Preis für den Stecken abgezogen werden; aber 0,36 von 7 fl. ist 2,52 fl. (§. 42, I.) dieses von 7 fl. abgezogen, giebt den Preis für den Stere in 4,48 fl., welches 4 fl. 28 Kr. 3,2 Pfennige macht.

III. Den Stecken vierschühiges Holz berechnet man, wenn man 1,55201764 mit 1,15 (weil diese Zahl 4 Schuh in Metertheilen ausdrükt) multiplizirt, und die Rechnung giebt 1,784820286 Kub. Meter, wofür man nur 1,78482 setzen kann. Das Verhältniß ist 1 Stecken vierschüh. Holz : 1 Stere = 1,78482 : 1, und das Pari ist 1,78482 Stere = 1 Stecken vierschüh. Holz, auch 1 Stere = 0,5602805, wofür man 0,56028 sezt. Die Differenz ist 0,43972; dieser Bruch ist sehr nahe 0,44, demnach auch sehr nahe $\frac{11}{25}$; das heißt nun wieder: der Stere ist um $\frac{11}{25}$ Stecken vierschühiges Holz kleiner, als dieser Stecken.

Die Berechnung des Preises für den Stere wird in dem folgenden Exempel deutlich. Es sey der Preis 9 fl. für diesen Stecken, so hat man 1,78482 : 1 = 9 : x, und das giebt x in 5 fl. 2 Kr. 2,36 Pfennig.

Auch hätte man hier wieder nach der Differinz rechnen können, nämlich von 9 fl. die $\frac{11}{25}$mal 9 fl. abziehen können.

I. Anmerk. Da die Holzmenge der Stere die nämliche ist, die Scheidlänge mag seyn, welche man will, so wäre, wenn der Preis für den Stere regulirt ist, der Preis für den Stecken der übrigen 3 Scheidlängen nun zu berechnen. Es sey der Preis den Stere $4\frac{1}{2}$ fl., so wird für den Stecken dreischühiges Holz der Preis so berechnet:

1 : 1,338615 = $4\frac{1}{2}$ fl. : x, oder x ist 6 fl. 1 Kr. 1,7 Pfennig.

Um den Preis für den Stecken vierthalbschühiges Holz zu berechnen, sezt man:

1 : 1,561715 = $4\frac{1}{2}$: x, das giebt x in 7 fl. 1 Kr. 2,55 Pf.

Der Preis des vierschühigen Stecken wird berechnet aus

1 : 1,78482 = $4\frac{1}{2}$: x, und gefunden 8 fl. 1 Kr. 3,24 Pfen.

II. Anmerk. Es giebt ohne Zweifel noch mehr Verschiedenheit in der Scheidlänge, als die obigen drei; allein es ist nicht nöthig, für andere Verschiedenheiten hier Rechnungsmuster vorzutra-

gen, weil die neuen Meßrahmen für die Stere nur auf die obigen 3 Gattungen berechnet, und gefertigt sind. Die auswärtigen Holzhändler, die hieher Brennholz einführen, müssen sich daher auf die drei Gattungen, nämlich auf 3, 3 $\frac{1}{2}$, und 4schühiges Scheidholz einschränken. Uiberhaupt aber wäre es besser, die Scheidlänge künftig genau zu einem Meter zu nehmen; wobei die Messung und Preisberechnung viel einfacher würde.

III. Anmerk. Die obigen Exempel für die Preisberechnung des Stere, wenn der Preis des Stecken bekannt ist, und umgekehrt, wenn der Preis für den Stere gegeben ist, den für den Stecken von jeder Scheidlänge zu berechnen, sind hinreichend, um zu zeigen, wie man rechnet. Und weil die Holzpreise unbeständig sind, so ist es unnöthig, Tabellen zu berechnen. Indessen sind Tabellen für alle denkbare Veränderung des Preises nicht unnüz für den, der gar nicht rechnen kann, oder nicht will; allein in diesem Falle müssen auch die Tabellen auf guten Glauben angenommen werden.

§. 80. I. Es braucht keine eigene Weisung, das sogenannte Klafterholz in Waldungen zu messen; Man bediene sich des Metermases; man messe die Länge des Stoßes; dann dessen Höhe, und endlich die Scheidlänge; alle drei Linien werden bis auf Centimeter gemessen, und angegeben; und die Rechnung wird nach §. 75, III. gemacht. Z. B. Es sey die Länge 8,76, die Höhe 2,50, die Scheidlänge 1,18, so ist der Inhalt 25,842000, oder 25 Stere 842 Dezistere und 000 Centistere.

II. Allein, wenn dergleichen Holzstöße schon nach der vorigen Klafter gemessen sind, dann fodert es nur Rechnung, um die Klafterzahl in Steren auszudrücken (§. 76, Anmerk.), und auch diese Rechnungen sind leicht, wenn man nur erst das Pari zwischen Klafter und Stere kennt. Die Klafter ist ein so unbestimmtes Mas, als der Morgen (§. 71) faßt überall anders. Als Beispiel zur Rechnung soll hier folgendes Exempel dienen. Gesezt die Klafter sey 6 Schuh lang, 4 Schuh hoch, und die Scheidlänge auch 4 Schuh; man sucht die Vergleichung und das Pari zwischen Klafter und Stere.

Es sey aus den Tabellen bekannt, (wie das zu dieser Vergleichung bekannt seyn muß,) daß der Schuh sey 0,2811 Meter, so ist die obige Länge 6mal 0,2811 oder 1,6866 Meter, die Höhe ist 4mal 0,2811 oder 1,1244, eben soviel beträgt die Scheidlänge; demnach ist der Klafterinhalt 1,6866mal 1,1244mal 1,1244, oder 2,032203138176, wofür man nur 2,032203 anzunehmen braucht. Also verhält sich diese Klafter zu dem Stere =

2,032203 : 1, und das Pari ist 1 Klafter = 2,032203 Stere, auch 1 Stere = 0,492076 Klafter.

Nun soll der Holzstoß 54 $\frac{1}{2}$ Klafter seyn, wieviele Stere macht er? Antwort: 110,7550635 Stere.

Anmerk. Die Preisberechnung für den Stere, wenn der Preis für die Klafter angegeben ist, und umgekehrt, für die Klafter, wenn der Preis des Stere bekannt ist, wird nach eben den Regeln, wie für den Stecken und Stere, vollzogen. Überhaupt ist es einleuchtend, daß die Preise sich verhalten, wie die Zahlen, wodurch die Holzmengen beider Gemäse ausgedrükt werden. Z. B. die Klafter gelte 12 Franks, so wird der Preis für den Stere aus den obigen Zahlen berechnet:
2,032203 : 1 = 12 Franks : x; die Rechnung giebt dieses x = 5,9049 Franks, wofür man 5,90 sezt, d. i. 5 Franks und 90 Centimes.

Der Preis für den Stere sey 5 Franks, was kostet die Klafter?

Man hat 1 : 2,032203 = 5 : x, und man erhält 10,161015, wofür man 10,16 sezt, d. i. 10 Franks und 16 Centimes.

§. 81. Es bleibt noch übrig, zu zeigen, wie man die Länge der Rahmenseiten für den Stere nehmen müsse, wenn die Scheidlänge größer oder kleiner als ein Meter ist.

Um diese Frage ganz bestimmt zu machen, und so auch die Rechnung bestimmt dahin zu richten, was man eigentlich suche, ist es vorerst nöthig, auszumachen, welche Form der Rahmen für das Steremas haben soll. Man kann durch Rechnung eben so leicht finden, wie lang die Seite am Rahmen für die verschiedenen Scheidlängen, seyn müsse, wenn der Rahmen ein richtiges Quadrat ist, als wenn er ein länglichtes Viereck, aber rechtwinklicht sey.

Der Grund zu der Rechnung ist dieser: Der Inhalt des Stere ist ein Faktum von drei Faktoren; nämlich a, von der Länge des Rahmen; b, von der Breite des Rahmen; c, von der Länge des Scheides.

I. Wenn man nun mit einem der drei Faktoren in das Faktum dividirt, so ist der Quotient, das Faktum der andern zwei Faktoren.

II. Ferner, wenn man in den Inhalt der Stere (nämlich in das Faktum aus den bekannten 3 Faktoren) mit einem Faktum dividirt, welches aus zweien dieser Faktoren gemacht ist, so muß der dritte einfache Faktor herauskommen. Diese Sätze sind durch Beispiele und Erklärungen völlig deutlich gemacht in §. 36, III. und V.

Digitized by Google

Es soll der Rahmen zur Stere ein richtiges Quadrat seyn, es fragt sich, wie groß die Seite seyn müsse?

Erstlich für das dreischühige,
Zweitens für das vierthalbschühige,
Drittens für das vierschühige Holz.

Erstlich. Die Stere ist 1, oder auch 1,000000000000 K. Dezimeter, und die Scheidlänge ist 0,8625 Dezimillimeter; wird nun mit dieser Scheidlänge in den Inhalt der Stere dividirt, so erhält man (nach oben 1.) die Grundfläche (d. i. das Faktum aus Länge und Breite des Rahmen.) Die Rechnung giebt den Quotient, oder die Grundfläche in 1,15942028. Soll nun diese Grundfläche ein richtiges Quadrat seyn, so weiß es der Geometer, daß aus dieser Zahl die Quadratwurzel gezogen werden müsse, um die Länge der Seite an diesem Quadrat zu haben. Hier ist nun die Quadratwurzel 10767, begreiflich sind dieses Dezimillimeter, und man kann sich wohl mit 1,076 oder mit 1 Meter 7 Centi- und 6 Millimeter begnügen; auch kann man setzen 1,077 Meter.

Zweitens mit der Scheidlänge des vierthalbschühigen Holzes, welche 1,0062 ist, in 1,000000000000 dividirt, gab, wie oben die Grundfläche in 99383820 Quad. Dezimillimeter. Hieraus wieder die Quadratwurzel, giebt 9969 Dezimillimeter, wofür man 997 Millimeter, oder 9 Dezi- 9 Centi- und 7 Millimeter annimmt, und so lang müßte die Seite am Quadratrahmen des Stere seyn, womit das vierthalbschühige Holz stereweise gemessen wird.

Drittens. Mit 1,15 Meter, als der Scheidlänge in 1,000000, oder besser mit 1,1500 in 1,000000000000 dividirt, giebt wieder die Quadrat-Rahmenfläche zur Stere des vierschühigen Holzes. Der Quotient ist 86956521 Q. Dezimillimeter. Hieraus die Quadratwurzel ist 9325 Dezimillimeter, oder 9 Dezi- 3 Centi- und 2 Millimeter für die Seitenlänge am Quadratrahmen der Stere, womit das vierschühige Holz stereweise ausgemessen wird.

Anmerk. Man hat dem Rahmen, womit der Stere für die obigen drei Scheidlängen ausgemessen wird, eine länglicht viereckigte Form gegeben, wobei die eine Seite genau ein Meter ist, und die Länge der andern Seite berechnet, und darnach gefertigt wurde. Die Form war willkührlich, und wenn man gewollt hätte, so konnte man auch die eben berechneten Seitenlängen für den Quadratrahmen finden.

Digitized by Google

Indeſſen iſt es nun nöthig, zu zeigen, wie man die andere Seite am Rahmen (ich will ſie die Höhe nennen) berechnet, wenn die eine (nämlich die Breite) ſchon angegeben, nämlich, genau in der Länge vom Meter angenommen wird.

Nach oben II. wird für das dreiſchühige Holz dieſe Höhe am Rahmen gefunden, wenn man die Scheidlänge 0,8625 mit der Breite (die 1 Meter oder 10000 Dezimillimeter iſt) multiplizirt, dieſes giebt 86250000 Dezimillimeter, womit in 1,000000000000 dividirt wird, der Quotient iſt 1,1594, wofür man 1,16 ſetzen kann; folglich iſt die Höhe des Rahmen 1 Meter 1 Dezi- und 6 Centimeter. So wäre nun der Rahmen Steremas für das 3ſchühige Holz beſtimmt, die eine Seite genau 1 Meter, die andere 1 Meter 1 Dezi- nebſt noch 6 Centimeter.

Auf eben die Weiſe wird die Höhe am Rahmen für das vierthalbſchühige Holz berechnet, wobei wieder die Breite 1 Meter iſt.

Die Scheidlänge iſt 1,0062 Met., oder 10062 Dezimillimet., dieſe mit 10000 Dezimillim. (weil 1 Met. 10000 Dezimillimeter iſt) multiplizirt, giebt das Faktum, womit 1,000000000000 dividirt wird, um die Höhe zu haben; die Rechnung giebt die Höhe in 9938 Dezimillimeter, wofür man 9 Dezi- 9 Centi- und 4 Millimeter annehmen kann.

Die Höhe des Stererahmen für das 4ſchühige Holz wird gefunden, wenn man mit 1,1500mal 1,0000 in 1,000000000000 dividirt, und die ergiebt ſich in 0,8695; wofür man 8 Dezi- und 7 Centimeter annehmen kann.

Nach dieſen leztern Berechnungen ſind nun die Meßrahmen gefertigt. Hat die Scheidlänge noch mehr oder weniger, als eine der obigen 3 Gattungen, ſo konnte man ſich zwar einer gefertigten Stererahmen bedienen, aber man erhält dann mehr oder weniger, als einen Stere Holz. Z. B. Die Scheidlänge ſey 4 Schuh 5 Zoll, man wird gewiß den kleinſten Rahmen, nämlich den fürs 4ſchühige Holz brauchen. Nun iſt deſſen Grundfläche das Faktum aus der Höhe 0,87 mit der Breite 1,00 oder 0,8700. Die Scheidlänge wäre 1,2697.

Um die Rechnung einförmiger zu machen, nehme man auch die Grundfläche in Q. Dezimillimeter, oder in 0,87000000, und berechne (nach §. 75, II.) dieſen Holzklumpen, ſo iſt er 1,104639 Kubikmeter; daher 1 Stere, nebſt 104 K. Dezimeter und 639 K. Centimeter. Begreiflich iſt dieſer Holzſtoß um den Bruch größer als der Ste-

Digitized by Google

se; und in eben der Maſe müßte der Preis dafür gröſſer seyn.

Gesezt der Stere gelte $4\frac{1}{2}$ fl., was würde diese gröſſere Stere gelten. Man braucht nur 1,1046 zur Rechnung zu nehmen, so ist $1 : 1{,}1046 = 4\frac{1}{2} : x$. Die Rechnung giebt x in 4,97 fl., oder 4 fl. 58 Kr. und 0,8 Pfen.

Die Regel de Quinque, oder die zuſammengesezte Regel Detri.

§. 82. Es giebt Rechnungsfälle, wobei, wie in der einfachen Regel Detri, gefodert wird, eine einzige Zahl zu finden, die aber von der Verhältniß mehrerer angegebenen Zahlen abhängt. Z. B. Es wird gefodert, zu finden, wieviele Tage 30 Arbeiter zur Fertigung einer Arbeit brauchten, welche durch 100 Meter ausgedrükt wird, wenn dabei angegeben wird, daß 12 Arbeiter in 20 Tagen $7\frac{1}{2}$ Meter machten.

Gewöhnlich, wie in dem eben genannten Beiſpiele, werden fünf Sätze angegeben, aus deren Verhältniß einer gefunden werden soll, daher heißen diese Arten von Rechnungen: Regel de Quinque (Regel aus 5 Sätzen einen zu finden.)

Ehe eine allgemeine und gründliche Anweiſung zu solchen Rechnungen angegeben werden kann, sollen erſt die Hauptfälle betrachtet werden, die zu diesen Rechnungen gehören; um daraus einige richtige Grundſätze zur Rechnung zu ziehen:

Gesezt, es sey die Frage von einer Arbeit, die von einer gewiſſen Zahl Arbeiter, und in einer gewiſſen angegebenen Zeit gemacht werde, so iſt klar, daß, wenn eine andere Arbeit von der nämlichen Art soll gemacht werden, und man sezte: Die nämliche Zeit soll darauf verwendet werden, so würden sich die Zahlen der Arbeiter in ihrer Größe genau verhalten, wie die Größe der Arbeit.

Sezte man aber die Zahl der Arbeiter gleich, so würden sich die Arbeiten wieder genau, wie die Zeiten verhalten.

Ferner. Die jährlichen Intereſſen, die von Kapitalien fallen, verhalten sich gerade, wie die Größe der Kapitale, wenn die Zeit einerlei iſt; d. h. wer 5 oder 6mal mehr Geld ausleiht, der muß in der nämlichen Zeit 5 oder

6mal mehr Zinsen einnehmen. Allein eben so gewiß ist es auch, daß, wenn die Kapitale gleich groß sind, aber die Zeiten verschieden, die Größe der Interesse sich wie die Zeiten verhalten, während welcher die Kapitalien ausgeliehen waren.

Ferner, wenn eine Zahl Arbeiter eine Arbeit macht, die in Länge und Breite besteht, und man fragt, wieviele Arbeiter man für eine andere ähnliche Arbeit braucht, (wie sich die Arbeiter in ihrer Menge verhalten) und man sezt einerlei Länge, so werden sich die Arbeiter, wie die Breite der Arbeit verhalten; sezte man einerlei Breite, so würden sich die Arbeiter, wie die Längen verhalten.

Diese Beispiele sind zureichend, um den folgenden allgemeinen Satz zu begreifen: Wenn eine Sache von ein Paar Ursachen bewirkt wird, und man fragt nach der Größe einer zweiten Wirkung, die wieder von so ein Paar Ursachen abhängt, wobei aber eine dieser Ursachen ganz die nämliche wäre, wie im ersten Falle, daß alsdann diese zweite Wirkung sich ganz allein verhalte, wie die zwo Ursachen, die nicht einerlei sind.

Daher nun wird es begreiflich, daß die einerlei Ursache nicht in die Rechnung komme, wenn sie auch in beiden Fällen vorhanden wäre. Z. B. Wenn 300 Mann in $2\frac{1}{2}$ Monat 4000 Franks zu unterhalten gekostet, und man fragt, wieviele Franks diese nämlichen 300 Mann in 9 Monaten zu unterhalten kosten würden, so ist es klar, daß der Kostenbetrag (die Summe Franks nach der man fragte) sich ganz allein wie die Zeit verhalte. D. h. die Wirkung ist der Aufwand, die Ursachen sind die Mannschaft und die Zeit, allein die eine Ursache (die Mannschaft) ist einerlei. Wäre die Frage: Wie groß der Aufwand sey für 1000 Mann, aber auch nur für $2\frac{1}{2}$ Monat, so wäre die Zeit einerlei, und käme nicht in Rechnung, weil sich die Aufwände ganz allein, wie die Zahlen der Mannschaft verhalten.

Da aber alle Rechnungsfälle, die zur Regel de Quinque gehören, von der Art sind, daß die Ursachen verschieden sind, (z. B. es sey in dem nächstvorigen Exempel sowohl die Zeit, als die Zahl der Mannschaft verschieden) so werden die Auflösungen am sichersten gemacht, wenn man einfache Detrisätze ordnet, wobei man allemal Ursachen für einerlei annimmt, die es zwar in der That nicht sind, und nach und nach die Verschiedenheit dieser Ursachen in Rechnung bringt.

Digitized by Google

§. 83. Unter den Sätzen oder Angaben, die in der Regel de Quinque vorkommen, bemerkt man, daß ein Theil derselben, so zusammen gehören, wie Ursache und Wirkung; oder auch: die so zusammen gehören, daß die Größe des einen Satzes geradezu von mehrern andern und nicht vom Verhältniß dieser andern, abhänge. In jeder solcher Rechnungsfrage giebt es zwo solcher Verbindungen oder Zusammenhänge von Sätzen, die leicht zu entdecken sind, und die ich die zween Theile der Aufgabe heißen will. Die Rechnungsregel, wornach hier gerechnet werden soll, erfodert zuerst diese Theilung jeder Aufgabe in ihre zween Theile; daher soll nun aus mehrern Exempeln gezeigt werden, wie man vorerst diese Theilung bewerkstelligen könne.

Es sey angegeben: 15 Arbeiter machten in 12 Tagen, wenn sie täglich 8 Stunde arbeiteten, ein Pflaster auf einer Heerstraße von 280 Quad. Meter; es wird gefragt, wieviele Arbeiter es brauche, um 3000 Q. Meter in 27 Tagen zu fertigen, wenn täglich 10 Stunde gearbeitet werden.

Man bemerkt sogleich, daß die Größe der Arbeit von der Menge der Arbeiter, die diese Arbeit machen, und von der Länge der Zeit, in der diese Arbeiter arbeiten, abhänge; demnach ist

Der eine Theil der Aufgabe: 15 Arbeiter, 12 Tage, 8 Stunden des Tages, und 280 Q. Meter.

Der andere Theil ist: die gesuchte Zahl Arbeiter für 27 Tage, des Tages 10 Stunde, um die 3000 Q. Meter zu machen.

Anmerk. Wenn die Aufgabe deutlich begriffen, und eben so deutlich in Worten angegeben wird, so werden die Sätze, die zu einem Theil gehören, hintereinander hergesagt, weil sie auch zusammengedacht werden müssen. Ferner bemerkt man, daß eben die Namen der Sätze, und eben soviele Sätze in dem einen Theil, als in dem andern vorkommen. Auch ist der zweite Theil sogleich bestimmt, wenn einmal der erste zusammengestellt ist. Die Absicht dieser Theilung der Aufgabe ist, daß man den Ansatz der Aufgabe in einzelnen Detrisätzen mit solcher Deutlichkeit machen könne, um gewiß zu seyn, daß man die gesuchte Zahl wahrhaft finde. Es werden nämlich, wie das weiter unten gezeigt wird, zu Anfange verschiedene Zahlen, von einerlei Größe angenommen, und diese einerlei Größe ist dann diejenige, wie sie die Sätze in dem Theile haben, wo sich die unbekannte Zahl nicht findet.

Wenn 100 Franks in einem Jahre 5,50 Franks Interessen abwirft, so fragt sich, wie groß muß ein Kapital

seyn, welches nach und nach in 9 Jahren 4000 Franks Interessen einbringt?

Die Theile sind I.: 100 Franks, 1 Jahr, 5,50 Franks Interessen; II. Das gesuchte Kapital, 9 Jahre, und 4000 Franks Interessen.

§. 84. Die wirkliche Rechnung geschieht als Anordnung einfacher Detrisätze. Und diese Anordnung wird auf die folgende Art gemacht:

Die zweite Verhältniß des ersten Detrisatzes wird (nach §. 57, III.) so geordnet, daß das in der Frage gesuchte Glied das vierte werde, und daher ist das in dem andern Theile der Aufgabe eben so benannte Glied das dritte. Im obigen zweiten Exempel bildet sich auf diese Art die zweite Verhältniß in 15 Arbeiter : x Arbeiter.

Die erste Verhältniß wird aus ein Paar gleichbenannten Zahlen gebildet; wovon demnach nothwendig die eine aus dem einen Theile der Aufgabe, die andere aus dem andern Theile genommen werden muß. Es gilt gleich, welches Paar Zahlen diese seyen; auch ist durch die oben angeordnete zweite Verhältniß bestimmt, welche von diesen zwo Zahlen in das erste Glied müsse genommen werden (§. 57, III., 3.) Die nun noch übrigen Zahlen in den beiden Theilen der Aufgabe werden angesehen, als wären sie alle von einerlei, und zwar von solcher Größe, wie es die in dem Theile sind, in welchem sich die unbekannte oder gesuchte Zahl nicht findet. Im Exempel hat man, nachdem die obige Verhältniß der Arbeiter geordnet ist, noch folgende Paare gleichbenannter Sätze; nämlich: ein Paar von Tagen (12 u. 27), ein Paar von den Arbeitsstunden (8 u. 10), und ein Paar von Q. Meter (280 u. 3000). Man nehme zur ersten Verhältniß die Q. Meter, und sehe nun die andern Paare als völlig gleiche Zahlen an, und zwar, als wären in beiden Fällen 12 Tage, und 8 Stunde (weil 12 und 8 in dem Theile sind, worin sich die gesuchte Zahl nicht findet.) Demnach ist der erste Detrisatz:

280 Q. Met. : 3000 Q. Met. = 15 Arbeiter : x Arbeiter.

Der Sinn dieses Ansatzes ist: Wenn 15 Arbeiter in 12 Tagen, und täglich in 8 Stunden 280 Q. Meter machen, wieviele Arbeiter braucht es, um in der nämlichen Zeit 3000 Q. Meter zu machen? Einleuchtend ist es nun erstlich, daß diese einerlei Zeit nicht in die Rechnung komme (§. 82); zweitens, wie die erste Verhältniß hier nach der Vorschrift (§. 57, III., 3) geordnet

werden müſſe, weil es nämlich für 3000 Q. Meter mehr Arbeiter fodere, als für 280; deßwegen war 280 : 3000 die Verhältniß vom kleinen Gliede anfangend. Die falſche Annahme der Einerleiheit der übrigen Paare von Sätzen wird nun durch nachfolgende Detriſätze berichtigt, dergeſtalt, daß man aus jedem ſolchen Paar einen Detriſatz bildet, worin ihre wirkliche Ungleichheit in die Verhältniß komme. Hierzu dient folgende Weiſung: Man ſehe das x in dem erſten Detriſatz wie berechnet und bekannt an; und ſpreche für den folgenden Detriſatz, worinn man nur die Ungleichheit der Tage gebraucht, aber die Stunden immer noch für einerlei nimmt. Für die Arbeit von 3000 Q. Meter brauchte man x Arbeiter, wenn ſie nur 12 Tage arbeiten; allein, wenn ihre Arbeitszeit 27 Tage iſt, wieviel braucht es ihrer dann? Offenbar weniger als x. Man heiße die nun geſuchte Zahl y, und man hat 27 Tage : 12 Tage = x Arbeiter : y Arbeiter.

Ferner: Man würde y Arbeiter in 27 Tagen, und für die 3000 Q. Meter brauchen, wenn dieſelben nur 8 Stunde des Tages arbeiten, allein wenn ſie 10 Stunde arbeiten, ſo braucht man ihrer wegen dieſer Verhältniß wieder weniger; und man hat:

10 Stunde : 8 Stunde = y Arbeiter : z Arbeiter.

So ſind nun alle, zu Anfange für einerlei angenommene Sätze durch die folgenden Detriſätze nach ihrer wirklichen Verſchiedenheit in Rechnung gebracht, und man begreift deutlich, daß der lezte Detriſatz die wahre geſuchte Zahl gebe. Oben wurde geſagt: Man ſehe das x und das folgende y als berechnet, oder bekannt an; allein man braucht dieſe vierten Sätze nicht nach und nach einzeln zu berechnen; ſondern man ſtelle alle Detriſätze gehörig (nach §. 53) untereinander, und bilde aus allen einfachen Detriſätzen eine zuſammengeſezte Proportion, ſo wird es ſich zeigen, daß alle die falſchen vierten Glieder (oben das x und das y) aus der Rechnung wegfallen; nämlich:

I. 280 : 3000 = 15 : x
II. 27 : 12 = x : y
III. 10 : 8 = y : z

Werden nun die gleichſtelligen Glieder zuſammen multiplizirt, ſo kömmen die Faktoren x und y ins dritte und vierte Glied; und gehen nach dem Grundſatze (§. 55) aus der Rechnung.

Indeſſen, ehe man die wirkliche Multiplikation der gleichſtelligen Glieder vornimmt, iſt es beſſer, alle Klei-

nerungen der verhältnißmäßigen Glieder zu machen, die sich nach (§. 52, I.) machen lassen.

Ich will die Kleinerungen hier angeben, die im obigen Exempel statt haben. Zuerst werden die 10 in der Proportion III. gegen eine Nulle der 3000 in I. gestrichen; ferner werde die Nulle an 280 in I. gegen noch eine in 3000 gestrichen; und so bleiben nur in diesen zwei Sätzen 28 und 30; weiter läßt sich die 28 mit 4, gegen die 12 in II. kleinern, wo im ersten Satze 7, im andern 3 bleiben; diese 3 aber gegen die 27 in II. gekleinert, bleibt hier 9, und 3 fällt weg; noch lassen sich diese 9 mit 3 gegen 5 in I. kleinern, wo denn noch 3, statt der 9; und 5, statt der 15 bleiben; die eben bemerkten 3, noch gegen die 30 in I. gehoben, so fällt 3 weg, und aus 30 wird 10. Die Proportionen stehen nun gekleinert so:

7 : 10 = 5 : x
1 : 1 = x : y
1 : 8 = y : z, und hieraus hat man:
7 : 10 × 8 = 5 : z, und z ist $57\frac{1}{7}$.

Anmerk. Wenn einmal die in der ersten Frage gesuchte Zahl gefunden ist (wie oben das z), so wird es eine sehr lehrreiche Uibung seyn, die Aufgabe so umzukehren, daß man bald dieses, bald ein anderes Glied als fehlend, oder gesucht annehme, und zwar dieses fehlende Glied bald in dem einen, bald in dem andern Theile der Aufgabe annehme. Z. B. Man stelle sich vor, es soll die Zahl der Q. Meter gesucht werden, die die 15 Arbeiter in 12 Tagen bei täglicher 8stündiger Arbeit machen. Die gemachte Theilung der Aufgabe bleibt, wie natürlich, und das fehlende Glied ist hier im ersten Theile, daher werden alle Paare, die man in dem ersten Ansatz wegläßt, von der Größe angesehen, wie es die Zahlen im zweiten Theile sind. Die zweite Verhältniß des ersten Ansatzes ist nun 3000 Q. Met. : x Q. Met. Man nehme alles einerlei, ausser die Tage nicht, so würde der Sinn so seyn: Wenn die nämliche Zahl Arbeiter ($57\frac{1}{7}$) auch täglich gleichviele Stunden (10) arbeiten, und in 27 Tagen die 3000 Q. Meter fertig machten, so fragt sich, wieviele Meter werden sie in 12 Tagen machen? Offenbar weniger; daher hat man 27 : 12 = 3000 : x. Nun spricht man weiter: Es machten die angenommene Zahl Arbeiter (die $57\frac{1}{7}$) in 12 Tagen x Meter, wieviel würden in dieser Zeit (den 12 Tagen) die 15 Arbeiter machen; und man hat $57\frac{1}{7}$: 15 = x : y; aber wenn auch diese 15 Arbeiter, statt der angenommenen 10 Stunden, nur 8 Stunde täglich arbeiten, wieviele Meter würden sie dann machen? Dieses giebt nun noch den Satz: 10 : 8 = y : z, und die Rechnung wird z in 280 geben. Eben so hätte man die 3000 Meter, oder die 15 Mann als fehlend, auch bald die Tage oder die Stunden im einen, oder dem andern Theile der

Aufgabe als fehlend annehmen könne; dieſes alles giebt ſoviele Rechnungen eines Exempels, als Sätze in beiden Theilen ſind. Aber ſolche Uibungen erleichtern die Einſicht dieſer Rechnungsweiſe.

Exempel. Wenn 300 Mann in $2\frac{1}{2}$ Monaten 4000 Franks zu unterhalten gekoſtet haben, wie lange (wieviele Monate) werden 4500 Mann mit 100000 Franks auskommen?

Die Theile der Aufgabe ſind hier:

I. 300 Mann, $2\frac{1}{2}$ Monat, 4000 Franks.

II. 4500 Mann, geſuchte Zeit, 100000 Franks.

Man nehme zum erſten Detrianſatz einerlei Zahl Mannſchaft (300), ſo heißt der Satz: Wenn die 300 Mann mit 4000 Franks auf $2\frac{1}{2}$ Monat ernährt wurden, wielange würde man die nämlichen 300 Mann mit 100000 Franks unterhalten; das giebt $4000 : 100000 = 2\frac{1}{2} : x$, und daher nun der zweite Anſatz nach dem folgenden Begriffe gemacht wird: 300 Mann wurden x Monate lang von den 100000 Franks erhalten, wielange würden 4500 davon Unterhalt haben? Begreiflich weniger als x Monate, weil es nun eine größere Zahl Mannſchaft iſt; daher $4500 : 300 = x : z$, und beide Proportionen nach gehöriger Kleinerung, und den, oben ſchon angeführten Gründen gerechnet, geben z in $4\frac{1}{6}$ Monate.

Exempel. Wenn 100 Franks in einem Jahre 5,50 Franks Zinſen bringen, wie groß muß das Kapital ſeyn, welches in 9 Jahren 4000 Franks Zinſen abwerfen ſoll? Der eine Theil iſt: 100 Franks, 1 Jahr, 5,50 Zinſen; der andere Theil: das geſuchte Kapital, 9 Jahre, und 4000 Franks Zinſen.

Man ſetze die Zeit einerlei (1 Jahr), ſo hat man $5{,}50 : 4000 = 100 : x$, weil aber nicht in 1 Jahr, ſondern in 9 Jahren die Zinſen erhalten werden ſollen, ſo wird das Kapital kleiner, als das x ſeyn; daher $9 : 1 = x : z$, und z wird in der Rechnung gefunden = 8080,80 Franks, oder 8080 Franks 80 Centimes.

Exempel. Wenn 100 in einem Jahre 6 Zinſen bringen, von wievielen Jahren her müſſen die Zinſen von dem Kapital 680 erhoben werden, bis ſie ſoviel ausmachen, als das Kapital iſt, nämlich 680. Die Theile ſind I. 100 Kapital, 1 Jahr, 6 Zinſen. II. 680 Kapital, geſuchte Jahre, 680 Zinſen. Man nehme zuerſt einerlei Zinſen (6) an, ſo wird deutlich, daß das Kapital

680 weniger als 1 Jahr auf Zinsen zu stehen braucht; daher hat man 680 Kapital : 100 Kapital = 1 : x. Also x Jahre, wenn das Kapital nur 6 Zinsen tragen sollte; allein, wenn es 680 tragen soll, wie lange alsdann? Dieses wird in dem folgenden Ansatze gefunden: 6 Zinsen : 680 Zinsen = x : z, und z ergiebt sich in 16 $\frac{2}{3}$ Jahren.

Exempel. Von 10 Pfund Hanf ward ein Seil gefertigt, welches 80 Fuß lang, und 9 Linien dik war; man fragt, wieviele Pfund Hanf man für ein Seil brauche, welches 200 Fuß lang, und 8 Linien dik seyn soll; wobei angenommen wird, daß beide Seile gleichdicht gedrehet seyen.

Anmerk. Zur Rechnung müssen nicht die einfachen Zahlen von der Dicke der Seile, sondern deren Quadrate genommen werden; daher statt 9, die Q. Zahl 81, und statt 8, die Q. Zahl 64. Die Ursache hievon weiß der Geometer. Der erste Theil der Aufgabe ist: 10 Pfund, 80 Fuß, 81 Dicke. Der andere Theil: gesuchte Pfunde, 200 Fuß, und 64 Dicke.

Wenn man gleiche Dicke (81) annimmt, so hat man: 80 Fuß : 200 Fuß = 10 Pfund : x, und dann wieder 81 : 64 = x : z; die Rechnung giebt z in 19 $\frac{61}{81}$ Pfund, oder 19 Pfund 24 $\frac{8}{81}$ Loth.

Die Sozietäts-Regel (gesellschaftliche Theil-Rechnung.)

§. 85. Wenn eine Summe in ungleiche Theile zu theilen ist, aber doch die Verhältniß angegeben wird, wie groß nämlich ein Theil gegen die andern seyn solle, und dann durch Rechnung gesucht wird, wieviel jeder Theil aus der ganzen Summe betrage, so heißt die Rechnung: **Die gesellschaftliche Theil-Rechnung.** Z. B. Es wird gefodert, 1000 Franks in 3 Theile zu theilen, welche in folgender Verhältnis stehen sollen, wenn der erste 3 ist, so soll der zweite 5, der dritte 8 seyn; Die Frage ist, wie groß ein jeder Theil aus der Summe 1000 Franks werde?

Ich will die Zahlen, wornach die Theilung geschehen soll (wie oben 3, 5, 8 waren), die **Verhältniß-Theiler**, und die gesuchten ganzen Theile: die **Verhältniß-Theile**, oder schlechtweg **Theile** heißen.

Um die Regel zu finden, nach welcher man rechnet, wird die folgende Vorstellung deutlich seyn:

Man gebe jedem Verhältnis-Theiler soviel, als es die Verhältnißzahl angiebt; so geht offenbar bei einer

einmaligen Umtheilung soviel von der zu theilenden Summe weg, als die Verhältniß-Theiler zusammen betragen; (denn, wenn nach oben dem ersten 3, dem zweiten 5, dem dritten 8 von der zu theilenden Summe giebt, so gehen ohnfehlbar 16 von dieser Summe weg.) Diese natürliche Theilung kann man gewiß sovielmal wiederholen, als vielmal die Summe der Verhältniß-Theiler in der zu theilenden Summe enthalten ist. Hieraus wird's nun wieder begreiflich, daß jeder Theil eben sovielmal größer als sein Verhältniß-Theiler werde, als vielmal die obige Theilung wiederholt werden konnte; d. h. als vielmal die Summe der Verhältniß-Theiler in der zu theilenden Summe enthalten war.

Alles dieses heißt nun: **Wievielmal die Summe aller Verhältniß-Theiler in der zu theilenden Summe enthalten ist, sovielmal ist ein jeder Verhältniß-Theiler in seinem Theile enthalten**; Dieses ist nun der wörtliche Ausdruk der geometrischen Proportion (§. 50) und folglich die Regel zu diesen Rechnungen.

Wäre aber die Summe der Verhältniß-Theiler wirklich größer, als die zu theilende Summe, (und, wie sich das gewiß auch angeben läßt, wievielmal die erstere größer als die zweite sey) so scheint es zwar, als müsse man den obigen Begriff verändern; allein in der That ändert dieses nichts; denn, wenn die Summe der Verhältniß-Theiler bestimmtemale größer ist, als die zu theilende Summe, so ist auch jeder Verhältniß-Theiler sovielmal größer, als sein Theil; und folglich hat wieder der obige Begriff der Proportion statt.

I. Nun zur Rechnung, wobei das obige Exempel gebraucht wird; da ist

16 : 1000 = 3 : a = 187,50 Franks
16 : 1000 = 5 : b = 312,50 Franks
16 : 1000 = 8 : c = 500 Franks.

Daß man durch soviele Detrisätze die Rechnung ausführen müsse, als Verhältnißtheiler vorhanden sind, das liegt schon im Begriffe der obigen Proportion, die zu ihrem dritten Gliede jeden einzelnen Verhältniß-Theiler fodert.

Exempel. Die Verhältniß-Theiler sollen 5, 6, 7, 8, und die zu theilende Summe 10 seyn, so hat man

26 : 10 = 5 : a = $1\frac{24}{26}$
26 : 10 = 6 : b = $2\frac{8}{26}$
26 : 10 = 7 : c = $2\frac{18}{26}$
26 : 10 = 8 : d = $3\frac{2}{26}$

Ge-

Digitized by Google

Gewöhnlich wird diese Rechnung gebraucht, wenn Personen zu einer Unternehmung in Gesellschaft treten, und ungleiche Summen zuschießen; wobei es dann begreiflich wird, daß der Gewinn oder Verlust nach der Verhältniß dieser Zuschüsse vertheilt werden müsse.

Bei diesen Fällen sind die Zuschüsse die Verhältniß-Theiler; und der Gewinn, oder Verlust ist die zu theilende Summe.

Z. B. Es habe A zugeschossen 4000 Franks.
— — B — — 5600 —
— — C — — 8500 —

Summe 18100

Der Gewinn sey 2400 Franks; wieviel nun jedem hievon zukomme, geben die folgenden Rechnungssätze:

18100 : 2400 = 4000 : a = 530,386 Franks.
18100 : 2400 = 5600 : b = 742,551 —
18100 : 2400 = 8500 : c = 1127,071 —

Daß die Rechnung für die Vertheilung des Verlustes (wenn solcher statt hat) auf eben diese Weise geführt werde, versteht sich wohl von selbst.

II. Es können aber bei diesen Rechnungen nicht nur verschiedene Zulagen vorkommen, sondern auch, die Zeit, wie lange ein jeder seine Zulage im Handel ließ, kann ungleich seyn. Die folgenden Begriffe werden die Regel ausfinden, nach welcher man rechnen müsse, wenn die Verschiedenheit der Zeit mit in die Verhältniß komme.

Daß der Gewinn oder Verlust auch in der Verhältniß der Zeit stehe, begreift man so: gesezt, es seyen mehrere Unternehmer, und jeder lege eine gleiche Summe zum Handel; wenn aber des einen Zulage eine dreimal längere Zeit im Unternehmen blieb, als des andern Zulage, (wobei die Zeit in bestimmten und einerlei Zeitzahlen, z. B. in Tagen, Monaten oder Jahren angegeben seyn muß), so gebührt dem erstern ein dreimal größerer Gewinn oder auch Verlust, als dem andern; denn er hat dreimal soviel gethan, als der andere; es ist nämlich eben das, als wenn der eine in jedem Zeittheil seine Zulage erneuert, wogegen der andere nichts zulegte; und so ist es nun gewiß eben das, als wenn der eine eine dreifache Zulage gegen den andern gemacht habe. Was hier von der einfachen und dreifachen Zeit bewiesen ist, gilt von jedem Vielfachen. Z. B. wenn der eine 3 Zeiten, der andere aber 8 Zeiten beim Handel blieb, so ist

es soviel, als habe der erste seine Zulage 3mal, der andere die seine 8mal gemacht. Folglich ist eines jeden Zulage zum Unternehmen sogroß, als es das Faktum ist, welches aus seiner wirklichen Zulage mit der Zeit entsteht; wobei aber eben sowohl die verschiedenen Zeitlängen in einerlei Einheiten müssen angegeben seyn, als die Zulagen in einerlei Geldeinheiten müssen ausgedrükt seyn.

Exempel. A legte zum Handel 800 fl. und blieb dabei 14 Monate, B 1000 fl. und blieb dabei 12 Monate, C 1500 fl. und blieb dabei 12 Monate, D gab 900 fl. und blieb 15 Monate.

Der Gewinn war 1100 fl., es fragt sich, wie die Theilung des Gewinnstes berechnet werde?

Die Verhältnißtheiler sind	800mal 14	= 11200	für A
ferner	1000mal 12	= 12000	— B
ferner	1500mal 12	= 18000	— C
ferner	900mal 15	= 13500	— D
		Zusammen 54700	

Man hat	54700 : 1100	= 11200 : a	$225\frac{125}{247}$
ferner	—— : —	= 12000 : b	$241\frac{173}{247}$
ferner	—— : —	= 18000 : c	$361\frac{53}{247}$
ferner	—— : —	= 13500 : d	$271\frac{263}{347}$

Exempel. Es soll eine Gratifikation von 10000 Franks einem Regimente gegeben, und dergestalt vertheilt werden, daß, wenn ein Oberoffizier (d. h. von denen, die mit zur Theilung kommen) 5 erhält, so soll der Unteroffizier 2, und der gemeine Soldat 1 haben.

Nun sind 40 Oberoffiziere, 120 Unteroffiziere, und 3000 Gemeine. Es fragt sich, wie die Vertheilung berechnet werde.

Der Begriff der Aufgabe giebt folgende Berechnung der Verhältnißtheiler an die Hand:

5mal 40 oder 200 für die Oberoffiziere,
ferner 2mal 120 oder 240 für die Unteroffiziere,
und 1mal 3000 oder 3000 für die Gemeinen.

Daher die Summe der Verhältnißtheiler 3440, und man hat:

3440 : 10000 = 200 : a = für alle Oberoffiziere,
3440 : 10000 = 240 : b = für alle Unteroffiziere,
3440 : 10000 = 3000 : c = für alle Gemeine.

Digitized by Google

Die Rechnung giebt a in 581,396, b in 697,674, c in 8720,930. Die erste Summe wird in 40, die zweite in 120, die dritte in 3000 gleiche Theile getheilt, wie sich das verſteht, und die gewöhnliche Diviſion findet dieſe gleiche Theile (§. 26, III.) Demnach bekömmt ein Oberoffizier 14,53, ein Unteroffizier 5,81, und ein Gemeiner 2,91 Franks.

Anmerk. Die Verhältnißtheiler können auch Brüche ſeyn, in welchem Falle aber dieſe, ehe ſie zur Summe gebracht, und ſo das erſte Glied in den Detriſätzen machen können, vorerſt unter einerlei Nenner gebracht werden müſſen. Z. B. Wenn eine Summe vertheilt werden ſollte, und angegeben wäre, daß, wenn der erſte $\frac{1}{3}$ bekomme, der andere $\frac{2}{5}$, der dritte $\frac{1}{2}$, und der vierte $\frac{3}{4}$ haben ſolle, ſo würden dieſe Brüche zum Gemeinnenner 60 haben (§. 36, V.) Daher ſind ſie $\frac{20}{60}$, $\frac{24}{60}$, $\frac{30}{60}$, $\frac{45}{60}$, und ihre Summe $\frac{119}{60}$. Man begreift, daß der Nenner 60, in der Rechnung wegfalle, weil er im erſten und dritten Gliede der Detriſätze vorkömmt (§. 52, II, a.)

Verbesserungen.

In der Vorrede Seite vi. Zeile 17, statt linker Hand, lies rechter Hand.

Seite Zeile

14 — 9 statt Mäschen, lies Gescheid.

14 — 10 statt Gescheid oder Handvoll, lies Mäschen.

39 — vorletzte Zeile, statt 685,36, lies 675,36.

40 — Das gerechnete Exempel muß so heißen:

$$\begin{array}{r|l|l} 54 & 675{,}36 & 12{,}50\,\frac{36}{54} \\ & 54 & \\ \hline & 135 & \\ & 108 & \\ \hline & 27{,}3 & \\ & 27{,}0 & \\ \hline & 36 & \end{array}$$

In der Erklärung der Berechnung dieses Exempels muß dauer gelesen werden: statt 145, lies 135; statt 37, lies 27; statt 37,3, lies 27,3; statt 373, lies 273.

66 — 13 von unten hinauf statt $\frac{3}{9}$, lies $\frac{3}{4}$.

72 — 22 von unten hinauf statt 3, lies 2.

75 — 20 von unten hinauf statt $\frac{00368}{0{,}27}$, lies $\frac{0{,}0368}{0{,}27}$.

76 — 8 statt wofür man 1,30118, lies wofür man 1,30119.

77 — 4 statt 2915, lies 29150.

88 — 6 statt $1\frac{1}{8}:2$, lies $1\frac{1}{18}:2$.

97 — 11 von unten statt 70, zu 2824, lies 701 zu 2804.

97 — 2 und 14 von unten statt 2824, lies 2804.

130 — 18 von unten statt 1 Frankf. Pfund —, lies 1 Frankf. Pf. =.

158 — 7 statt K. Dezimeter, setze K. Dezimillimeter.

I. Tabelle.

Mainz in der zweiten Spalte bei Meter in Schuh sind die Zahlen ~~verwechselt, und müssen~~ so stehen: $\begin{cases} 3{,}43053. \\ 3{,}47826. \end{cases}$

Kirchheim Boll. in der ersten Spalte bei Schuh in Meter statt 0,28009, lies 0,29009.

Oppenheim in der ersten Spalte Elle in Meter statt 0,554898, lies 0,54898.

II. Tabelle.

Frankenthal erste Spalte Malter in Litter statt $\begin{cases} 560{,}60 \\ 630{,}60 \end{cases}$ setze $\begin{cases} 56{,}060 \\ 63{,}060, \end{cases}$ in der zweiten Spalte Litter in Malter statt $\begin{cases} 0{,}007838 \\ 0{,}001585 \end{cases}$ setze $\begin{cases} 0{,}017838. \\ 0{,}01585. \end{cases}$

III. Tabelle.

Zweibrücken in der ersten Spalte Schuh in Meter statt 0,30512 setze 0,30510, bei den Pfund in Gramm statt 496,50 setze 496,51.

Pirmasenz in der zweiten Spalte Gramm in Pfund statt 0,02035 setze 0,020355.

I. Tabelle.

Bayerische Staatsbibliothek München

Digitized by Google

olgt:		Neue	asen wie folgt: ohlmas.	
rslaut.	—	Dürkhein	—	Kaiserslaut.
—	—	Alzey	—	— —
—	—	o o	—	— —
ıs	—	Alzey / Worms	—	Worms
o	—	Alzey / Oppenh	—	o o
rslaut.	—	Dürkhein	—	Kaiserslaut.
ſtadt	—	Alzey / Oppenh	—	Wörrſtadt
o	—	o o	—	o o
ſtadt	—	Alzey / Oppenh	—	Wörrſtadt
hh. Boll.	—	Worms	—	Kirchh. Boll.
ms	—	2,0654	—	Worms
n	—	Bingen	—	Bingen
—	—	3,5702	—	— —
en	—	Bingen	—	Bingen
hh. Boll.	—	o o	—	Kirchh. Boll.
ms	—		—	Worms
— —	—	o o	—	— —
en	—	Bingen	—	Bingen
—	—	o o	—	— —
rslaut.	—	Dürkhein	—	Kaiserslaut.
— —	—	Oppenhe	—	— —
— —	—	Oppenhe	—	— —
— —	—	Alzey / Worms	—	— —
ns	—	Alzey / Worms	—	Worms
— —	—	Alzey / Worms	—	— —
— —	—	Worms	—	— —
— —	—	o	—	— —
— —	—	o	—	— —
— —	—	Alzey	—	— —
— —	—	Alzey	—	— —
— —	—	Alzey / Worms	—	— —
o o	—	Alzey / Oppen	—	o o

Digitized by Google

Orte betragen in alten Masen wie folgt:

Gewicht.		Hohlmas.			
Pfund		Mas		Malter.	
	Eimer		Eimer		
—	—	—	—	Kirchh. Boll. Worms	
Bollanden	—	Gauersheim	—	Einselthurn Worms	
—	—	—	—	Kaiserslaut.	
—	—	—	—	o o	
—	—	—	—	—	
0,001068	—	0,54294	—	0,008483	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
Kirchh. Boll.	—	0,45659	—	Kirchh. Boll. Worms	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	Kirchh. Boll. Worms	
Bollanden	—	Gauersheim	—	Einselthurn Worms	
Worms	—	Alzey Worms	—	—	
Kirchh. Boll.	—	Kriegsfeld	—	Kirchh. Boll. Worms	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
Worms	—	Alzey Worms	—	—	
—	—	Kriegsfeld	—	Kirchh. Boll. Worms	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	Kaiserslaut.	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
				—	

gt:	Neue Nasen wie folgt: Hohlmas.			
tter		Schuh		Malter.
		gr. Mitt		
	—	o o	—	—
Gl o	—	Dürkheim	—	o o
Gr		Alzey		
dt	—	Anweile	—	Neustadt
Gr		Bingen		
	—	Alzey	—	—
Gr		Bingen		
	—	Grünsta	—	—
Gr		Worms		
	—	Grünsta	—	—
Gr		Worms		
	—	o o	—	—
Gr		3,7723		
enthal	—	3,5076	—	Frankenthal
G	—	Worms	—	—
G		Alzey	—	—
	—	Bingen		
H	—	Speier	—	—
H	—	Dürkheim	—	—
H	—	Speier	—	—
H		Alzey	—	—
	—	Bingen		
H		gr. Mitt		
kenthal	—	Lambsh	—	Frankenthal
H	—	Speier	—	—
H	—	o o	—	—
H	—	Worms	—	—
H	—	Worms	—	—
H		Grünsta	—	—
	—	Worms		
H		gr. Mitt		
kenthal	—	Lambsh	—	Frankenthal
H		Grünsta		
	—	Worms	—	—
H o	—	o o	—	o o
	—	Worms	—	—
H				

Digitized by Google

nden Orte betragen in alten Masen wie folgt:

Gewicht.		Hohlmas.			
1 Centner	Pfund	1 Eimer	Mas	1 Eimer	Malter.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Worms	—	—	—	—
—	Worms	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Worms	—	—	—	—
—	Worms	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Frankenthal	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Neuſtadt	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Neuſtadt	—	—	—	—
—	Neuſtadt	—	—	—	—
—	0,002136	—	0,49751	—	Oppau
—	Worms	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Neuſtadt	—	—	—	—
—	—	—	—	—	o o
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	Neuſtadt	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—

erg.

			Alte neben	
		Schuh	Me	E
Mittelhambach	—		Alzey Binge	lzey
Mittelbrunn	—		Landstu	o
Mödelsheim	—		Worm	Worm
Mörsbach	—		o	weibr
Mühlbach	—		Kaiser	weibr
Münchweiler	—		o	irma
Neuhornbach	—		Alz Feld 0,278	weibr
Niederauerbach	—		o	o
Niederhausen	—		o	o
Ninschweiler u. Dunsenbrük.	—		o	weibr
Nothweiler	—		o	weibr
Oberarmbach	—		Landstu	o
Oberauerbach	—		o	o
Oberhausen	—		Dürkhe	weibr
Obermohr	—		Landstu	o
Obernheim u. Kirchenarmb.	—		Landstu	Mainz
Oberschlettenbach	—		Alzey Binge	lzey
Pirmasenz	—		o	1,631
Quaichhambach	—		Alzey Anwei Binge	lzey
Queidersbach	—		Landstu	o
Ramberg	—		Alzey Binge	lzey
Ramstein	—		Landstu	o
Reichsdorf	—		Alzey Anwei Binge	lzey
Reischbach	—		Kaisers	o

Digitized by Google

ıſtehenden Orte betragen in alten Maſen wie folgt:

len	Gewicht. Gramm	Pfund	Hohlmas. Eimer	Mas	Eimer	Malter.
	—	Neuſtadt	—	—	—	—
o	—	Landſtuhl	—	o o	—	o o
3	—	—	—	—	—	—
ücken	—	—	—	—	—	—
ücken	—	—	—	Zweibrücken Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken
ſenz	—	—	—	Rothalben	—	—
ücken	—	0,002019 Zweibrücken	—	0,45994	—	0,009910 0,004955
o	—	Zweibrücken	—	—	—	—
o	—	Zweibrücken	—	—	—	—
ücken	—	o o	—	o o	—	o o
ücken	—	o o	—	o o	—	o o
o	—	Landſtuhl	—	o o	—	o o
o	—	Zweibrücken	—	—	—	—
ücken	—	—	—	Obermoſchel	—	Zweibrücken
o	—	Landſtuhl	—	o o	—	o o
	—	Landſtuhl	—	o o	—	o o
	—	Neuſtadt	—	Anweiler	—	Neuſtadt
185	—	0,002035 0,0020353	—	0,38721	—	0,004335 Zweibrücken
	—	Neuſtadt	—	Anweiler	—	Neuſtadt
o	—	Landſtuhl	—	o o	—	o o
	—	Neuſtadt	—	Anweiler	—	Neuſtadt
o	—	Landſtuhl	—	o o	—	o o
	—	Neuſtadt	—	Anweiler	—	Neuſtadt
	—	o o	—	o o	—	o o

Digitized by Google

	Alte Mas[illegible] Läng[illegible]	
	1 Schuh	Meter
Obermoschel	—	Dürkheim 0,29409 0,44865
Oberndorf	—	Rheinländis. wie gr. Mittesh. 0,48716
Ober- u. Niederstaufenbach	—	Kaiserslaut.
Ober- und Niedersulzbach	—	Kaiserslaut.
Oberweiler	—	Kaiserslaut.
Ottenbach	—	o o
Olzbrücken	—	o o
Otterbach	—	Kaiserslaut.
Otterberg	—	Kaiserslaut.
Pörbach	—	Kaiserslaut.
Potzbach	—	Kaiserslaut.
Ramsen	—	Worms
Ransweiler	—	o o
Reifenbach	—	o o
Reipoltskirchen	—	Kaiserslaut.
Reistall	—	Kaiserslaut.
Rheborn	—	Dürkheim
Rothenbach	—	Kaiserslaut Dürkheim
Rockenhausen	—	Kaiserslaut.
Roßbach und Immenthal	—	Kaiserslaut.
Rothseelberg	—	Kaiserslaut.
Rudelskirchen u. Rathskirch.	—	Kaiserslaut.

Digitized by Google

en Orte betragen in alten Maſen wie folgt:

Gewicht.		Hohlmas.			
1 Gramm	Pfund	1 Eimer	Mas	1 Eimer	Malter.
—	—	—	0,45890	—	o o
—	o o	—	o o	—	o o
—	—	—	Kaiſerslaut. Zweibrücken	—	Zweibrücken
—	o o	—	Kaiſerslaut.	—	o o
—	—	—	Zweibrücken Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken
—	Zweibrücken	—	o o	—	o o
—	o o	—	Kaiſerslaut.	—	o o
—	o o	—	o o	—	Kaiſerslaut.
—	o o	—	Kaiſerslaut.	—	—
—	—	—	Zweibrücken Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken
—	Kaiſerslaut.	—	—	—	Steinbach
—	—	—	—	—	—
—	Zweibrücken	—	o o	—	Zweibrücken Neuhornb.
—	Zweibrücken	—	o o	—	o o
—	—	—	—	—	—
—	—	—	Zweibrücken Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken
—	o o	—	Obermoſchel	—	o o
—	Worms Kaiſerslaut.	—	Worms	—	Worms Kaiſerslaut.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	Zweibrücken Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken
—	—	—	Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken
—	—	—	Zweibrücken Kaiſerslaut.	—	Zweibrücken

Digitized by Google

l l e.,

e, und die neu

Dritt ekehrt.

G.

300	7	—	—	0,661
500	8	—	—	0,755
000	9	—	—	0,850
	10	—	—	0,944

NB. Die ganzen Zahl oder: in Gramme, oder: in Litter n, die Seite 10 und 12 Nr. II. angeg 1 Deka- und 1 Me- ter; daselbst 10 le E. 1 Pfund macht 4 Hekto- 7 Deka Hekto- 1 Deka- und 2 Gramme; da ka- und 0 Gramme. Tabelle I. 1 Oh tück macht 1 Kilo- 0 Hekto- 1 Dek

Bayerische Staatsbibliothek München

ng der alten Feldmaſe in Hektare, Are, zimeter und Quadratcentimeter.

Zweitens. Umgekehrt: die neuen Feldmaſe in alte verwandelt, wobei die obi: Verhältniß von Schuh und Ruthe zu dem Meter, auch der Morgen noch zu 120 Quadratruthen angenommen iſt, demnach machen

Hektare	Morgen	4tel Morgen	Q. Ruthen	Streifſchuh	Q. Schuh	Q. Zoll
1	4	—	28	11	4	32,2560
2	8	1	27	6	8	64,5120
3	12	2	26	1	12	96,7680
4	16	3	24	13	—	129,0240
5	21	—	23	8	5	17,2800
6	25	1	22	3	9	49,5360
7	29	2	20	14	13	81,7920
8	33	3	19	10	1	114,0480
9	38	—	18	5	6	2,3040
10	42	1	17	—	10	34,5600
Are						
1	—	—	5	1	6	40,642560
2	—	—	10	2	12	81,285120
3	—	—	15	4	2	121,927680
4	—	—	20	5	9	18,570240
5	—	—	25	6	15	59,212800
6	—	1	—	8	5	99,855360
7	—	1	5	9	11	140,497920
8	—	1	10	11	2	37,140480
9	—	1	15	12	8	77,783040
10	—	1	20	13	14	118,425600
20	—	3	11	11	13	92,851200
30	1	1	2	9	12	67,276800
40	1	2	23	7	11	41,702400
50	2	—	14	5	10	16,128000

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google